

I. Mocniny a odmocniny

1. Vypočítejte: $5,6^{\frac{1}{2}} : \left(\frac{7}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$5,6^{\frac{1}{2}} : \left(\frac{7}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{56}{10} \cdot \frac{5}{7}} = \sqrt{4} = \underline{\underline{2}}$$

2. Vypočítejte: $\left[2 \left(2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}}$

$$\left[2 \left(2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{4+2+1}{8}} = \underline{\underline{2^{\frac{7}{8}}}}$$

3. Vypočítejte: $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{8}} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 18^{\frac{1}{8}}$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{8}} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 18^{\frac{1}{8}} = 3^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{-\frac{3}{8}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{8}} = 3^0 \cdot 2^{\frac{1}{4}} = \underline{\underline{2^{\frac{1}{4}}}}$$

4. Vypočítejte: $\frac{\left(15^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{-\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{\left(25^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{8}}\right)^{-2}} : \frac{9^{\frac{1}{3}}}{\left(3 \cdot 27^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}}$

$$\frac{\left(15^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{-\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{\left(25^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{\frac{1}{8}}\right)^{-2}} : \frac{9^{\frac{1}{3}}}{\left(3 \cdot 27^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}} = 3^{-1} \cdot 5^{-1} \cdot 3^2 \cdot 3^{-\frac{2}{3}} \cdot 5^1 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{4}} =$$
$$= 3^{\frac{-6+27-2}{6}} \cdot 3^{\frac{3}{4}} \cdot 5^0 = 3^{\frac{19}{6}} \cdot 3^{\frac{3}{4}} = 3^{\frac{38+9}{12}} = \underline{\underline{3^{\frac{47}{12}}}}$$

5. Vypočítejte: $81^{1,75}$

$$81^{1,75} = 81^{\frac{7}{4}} = \sqrt[4]{81^7} = \left(\sqrt[4]{81}\right)^7 = 3^7 = \underline{\underline{2187}}$$

6. Vypočítejte: $6,25^{1,5}$

$$6,25^{1,5} = 6,25^{\frac{3}{2}} = \left(\sqrt{6,25}\right)^3 = (2,5)^3 = \underline{\underline{15,625}}$$

7. Vypočítejte: $256^{0,75}$

$$256^{0,75} = 256^{\frac{3}{4}} = \left(\sqrt[4]{256}\right)^3 = 4^3 = \underline{\underline{64}}$$

8. Vypočítejte: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = \underline{\underline{4}}$$

9. Vypočítejte: $\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{11}}$

$$\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{11}} = \sqrt{\frac{44}{11}} = \sqrt{4} = \underline{\underline{2}}$$

10. Vypočítejte: $\sqrt{12} \cdot \sqrt{40} \cdot \sqrt{30}$

$$\sqrt{12} \cdot \sqrt{40} \cdot \sqrt{30} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{30} = 4 \cdot 30 = \underline{\underline{120}}$$

11. Vypočítejte: $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{75} \cdot \sqrt[3]{9}$

$$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{75} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{5 \cdot 25 \cdot 3 \cdot 9} = \sqrt[3]{125 \cdot 27} = 5 \cdot 3 = \underline{\underline{15}}$$

12. Vypočítejte: $\sqrt[3]{6,4} \cdot \sqrt[3]{56} \cdot \sqrt[3]{0,49}$

$$\sqrt[3]{6,4} \cdot \sqrt[3]{56} \cdot \sqrt[3]{0,49} = \sqrt[3]{8 \cdot 8 \cdot 10^{-1} \cdot 8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 10^{-2}} = \sqrt[3]{8^3 \cdot 7^3 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{5,6}}$$

13. Zjednodušte: $\left(\frac{3^2 \cdot 5^3}{2^4 \cdot 11}\right)^6 \cdot \left(\frac{3^5 \cdot 5^9}{2^{11} \cdot 11^3}\right)^{-2}$

$$\left(\frac{3^2 \cdot 5^3}{2^4 \cdot 11}\right)^6 \cdot \left(\frac{3^5 \cdot 5^9}{2^{11} \cdot 11^3}\right)^{-2} = \frac{3^{12} \cdot 5^{18}}{2^{24} \cdot 11^6} \cdot \frac{3^{-10} \cdot 5^{-18}}{2^{-22} \cdot 11^{-6}} = 2^{-2} \cdot 3^2 \cdot 5^0 \cdot 11^0 = \frac{9}{4} = \underline{\underline{2,25}}$$

14. Zjednodušte: $\left(\frac{a^5 b^{-4}}{c^{-3} d^2}\right)^{-3} : \left(\frac{a^{-2} b^{-3}}{c^4 d^{-5}}\right)^{-2}$

$$\left(\frac{a^5 b^{-4}}{c^{-3} d^2}\right)^{-3} : \left(\frac{a^{-2} b^{-3}}{c^4 d^{-5}}\right)^{-2} = \frac{a^{-15} b^{12}}{c^9 d^{-6}} : \frac{a^4 b^6}{c^{-8} d^{10}} = \frac{a^{-15} b^{12} c^{-8} d^{10}}{a^4 b^6 c^9 d^{-6}} = a^{-19} b^6 c^{-17} d^{16} = \underline{\underline{\frac{b^6 \cdot d^{16}}{a^{19} \cdot c^{17}}}}$$

Podmínky: $a \neq 0$; $b \neq 0$; $c \neq 0$; $d \neq 0$

15. Zjednodušte: $\sqrt{a^3 \sqrt{a^4 \sqrt{a}}}$

$$\sqrt{a^3 \sqrt{a^4 \sqrt{a}}} = a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{6}} \cdot a^{\frac{1}{24}} = a^{\frac{12+4+1}{24}} = \underline{\underline{\sqrt[24]{a^{17}}}}$$

Podmínky: $a \geq 0$

16. Zjednodušte: $\frac{1000 \cdot \sqrt[3]{100} \cdot 0,01 \cdot \sqrt{10}}{0,001 \cdot \sqrt[3]{0,1} \cdot \sqrt{0,001}}$

$$\frac{1000 \cdot \sqrt[3]{100} \cdot 0,01 \cdot \sqrt{10}}{0,001 \cdot \sqrt[3]{0,1} \cdot \sqrt{0,001}} = \frac{10^3 \cdot 10^{\frac{2}{3}} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{\frac{1}{2}}}{10^{-3} \cdot 10^{\frac{1}{3}} \cdot 10^{\frac{3}{2}}} = 10^{3+\frac{2}{3}-2+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{3}{2}} = 10^7 = \underline{\underline{10\,000\,000}}$$

17. Zjednodušte: $\frac{0,001 \cdot \sqrt{10} \cdot 10\,000 \cdot \sqrt[3]{100}}{\sqrt{0,001} \cdot 0,001 \cdot \sqrt[3]{0,1}}$

$$\frac{0,001 \cdot \sqrt{10} \cdot 10\,000 \cdot \sqrt[3]{100}}{\sqrt{0,001} \cdot 0,001 \cdot \sqrt[3]{0,1}} = \frac{10^{-3} \cdot 10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^4 \cdot 10^{\frac{2}{3}}}{10^{-\frac{3}{2}} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-\frac{1}{3}}} = 10^{\frac{-18+3+24+4+9+18+2}{6}} = 10^{\frac{42}{6}} = 10^7$$

18. Zjednodušte: $\sqrt[5]{a^2 \sqrt[3]{a \sqrt{a^3}}}$

$$\sqrt[5]{a^2 \sqrt[3]{a \sqrt{a^3}}} = a^{\frac{2}{5}} \cdot a^{\frac{1}{15}} \cdot a^{\frac{3}{30}} = a^{\frac{12+2+3}{30}} = \underline{\underline{\sqrt[30]{a^{17}}}}$$

Podmínky: $a \geq 0$

19. Zjednodušte: $\left(\frac{c^3 \cdot d^{-2}}{b^4 \cdot a^{-5}}\right)^{-3} : \left(\frac{d^5 \cdot c^{-4}}{a^2 \cdot b^3}\right)^{-2}$

$$\left(\frac{c^3 \cdot d^{-2}}{b^4 \cdot a^{-5}}\right)^{-3} : \left(\frac{d^5 \cdot c^{-4}}{a^2 \cdot b^3}\right)^{-2} = \frac{c^{-9} d^6}{b^{-12} a^{15}} : \frac{d^{-10} c^8}{a^{-4} b^{-6}} = \frac{c^{-9} d^6 a^{-4} b^{-6}}{a^{15} b^{-12} c^8 d^{-10}} = a^{-19} b^6 c^{-17} d^{16} = \underline{\underline{\frac{b^6 \cdot d^{16}}{a^{19} \cdot c^{17}}}}$$

Podmínky: $a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0; d \neq 0$

20. Zjednodušte: $\left(\frac{5^7 \cdot 3^3}{2^5 \cdot 9^2}\right) : \left(\frac{27^2 \cdot 2^8}{4^{-2} \cdot 25^2}\right)^{-2}$

$$\left(\frac{5^7 \cdot 3^3}{2^5 \cdot 9^2}\right) : \left(\frac{27^2 \cdot 2^8}{4^{-2} \cdot 25^2}\right)^{-2} = \frac{5^7 \cdot 3^3}{2^5 \cdot 3^4} : \frac{3^{-12} \cdot 2^{-16}}{2^8 \cdot 5^{-8}} = \frac{5^7 \cdot 3^3}{2^5 \cdot 3^4} \cdot \frac{2^8 \cdot 5^{-8}}{3^{-12} \cdot 2^{-16}} = \underline{\underline{2^{19} \cdot 3^{11} \cdot 5^{-1}}}$$

21. Zjednodušte: $\sqrt{3}(\sqrt{5} + \sqrt{6}) + \sqrt{5}(\sqrt{3} + \sqrt{6}) - \sqrt{6}(\sqrt{3} + \sqrt{5})$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}(\sqrt{5} + \sqrt{6}) + \sqrt{5}(\sqrt{3} + \sqrt{6}) - \sqrt{6}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) = \\ & = \sqrt{15} + \sqrt{18} + \sqrt{15} + \sqrt{30} - \sqrt{18} - \sqrt{30} = 2\sqrt{15} = \underline{\underline{\sqrt{60}}} \end{aligned}$$

22. Zjednodušte: $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

$$\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{5 - 2\sqrt{15} + 3}{2} + \frac{5 + 2\sqrt{15} + 3}{2} = \underline{\underline{8}}$$

23. Zjednodušte: $\sqrt[5]{\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-1}}{\sqrt[3]{a}}\right)^{-3}}$, kde $a > 0$

$$\sqrt[5]{\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-1}}{\sqrt[3]{a}}\right)^{-3}} = \sqrt[5]{\left(a^{-\frac{5}{6}}\right)^{-3}} = a^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{a}}}$$

24. Zjednodušte: $\left[\frac{\left(a^{\frac{1}{4}} \cdot b^{-1}\right)^{-1}}{c^{-2} \cdot d^{\frac{1}{2}}}\right]^{-3} \left[\frac{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{d^{-5}}}{\left(c^{\frac{3}{2}}\right)^4}\right]^{-1}$, kde $a, b, c, d > 0$

$$\left[\frac{\left(a^{\frac{1}{4}} \cdot b^{-1}\right)^{-1}}{c^{-2} \cdot d^{\frac{1}{2}}}\right]^{-3} \left[\frac{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{d^{-5}}}{\left(c^{\frac{3}{2}}\right)^4}\right]^{-1} = a^{\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}} \cdot b^{-3 \cdot \frac{2}{3}} \cdot c^{-6+6} \cdot d^{\frac{3}{2} + \frac{5}{2}} = \underline{\underline{\sqrt[3]{\frac{1}{b^{11}} \cdot d^4}}}}$$

25. Zjednodušte: $(12c^7d^5)^{\frac{1}{12}} \cdot (6c^4d^2)^{\frac{1}{3}} \cdot (9cd^3)^{\frac{1}{4}} \cdot (2c^3d)^{0,5}$

$$(12c^7d^5)^{\frac{1}{12}} \cdot (6c^4d^2)^{\frac{1}{3}} \cdot (9cd^3)^{\frac{1}{4}} \cdot (2c^3d)^{0,5} =$$

$$= 3^{\frac{1}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{6}} \cdot c^{\frac{7}{12}} \cdot d^{\frac{5}{12}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot c^{\frac{4}{3}} \cdot d^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{4}} \cdot c^{\frac{1}{4}} \cdot d^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot c^{\frac{3}{2}} \cdot d^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1+4+6}{12}} \cdot 2^{\frac{1+2+3}{6}} \cdot c^{\frac{7+16+3+18}{12}} \cdot d^{\frac{5+8+9+6}{12}} =$$

$$= \underline{\underline{2 \cdot 3^{12} \cdot c^{\frac{11}{3}} \cdot d^{\frac{7}{3}}}}$$

Podmínky: $a \geq 0; b \geq 0; c \geq 0; d \geq 0$

26. Zjednodušte: $\sqrt{u^3\sqrt{u}} \cdot \sqrt[3]{u\sqrt{u}}$

$$\sqrt{u^3\sqrt{u}} \cdot \sqrt[3]{u\sqrt{u}} = u^{\frac{1}{2}} \cdot u^{\frac{1}{6}} \cdot u^{\frac{1}{3}} \cdot u^{\frac{1}{6}} = u^{\frac{3+1+2+1}{6}} = \underline{\underline{u^{\frac{7}{6}}}}$$

Podmínky: $u \geq 0$

27. Zjednodušte: $\frac{\sqrt[6]{u^5} \cdot \sqrt[3]{u} \cdot \sqrt[4]{u^3}}{\sqrt[4]{u^5}}$

$$\frac{\sqrt[6]{u^5} \cdot \sqrt[3]{u} \cdot \sqrt[4]{u^3}}{\sqrt[4]{u^5}} = u^{\frac{5}{6} + \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{4}} = u^{\frac{10+4+9-15}{12}} = \underline{\underline{u^{\frac{2}{3}}}}$$

Podmínky: $u > 0$

28. Zjednodušte: $\frac{\sqrt[6]{uv}}{\sqrt{v} \cdot \sqrt[3]{v^{-1}} \cdot \sqrt[6]{u^5}}$

$$\frac{\sqrt[6]{uv}}{\sqrt{v} \cdot \sqrt[3]{v^{-1}} \cdot \sqrt[6]{u^5}} = u^{\frac{1}{6} - \frac{5}{6}} \cdot v^{\frac{1}{6} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = u^{-\frac{2}{3}} \cdot v^0 = \underline{\underline{u^{-\frac{2}{3}}}}$$

Podmínky: $u > 0$; $v > 0$

29. Zjednodušte: $a^{\frac{2}{5}} \cdot a^{\frac{1}{15}} \cdot a^{\frac{3}{30}}$

$$a^{\frac{2}{5}} \cdot a^{\frac{1}{15}} \cdot a^{\frac{3}{30}} = a^{\frac{12+2+3}{30}} = \underline{\underline{a^{\frac{17}{30}}}}$$

Podmínky: $a \geq 0$

30. Zjednodušte: $\left(a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{5}{6}}\right) : a^{\frac{13}{12}}$

$$\left(a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{5}{6}}\right) : a^{\frac{13}{12}} = a^{\frac{9+10-13}{12}} = a^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{a}}}$$

Podmínky: $a \geq 0$

31. Zjednodušte: $\left(a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{8}}\right)^{\frac{1}{3}}$

$$\left(a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{8}}\right)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{3}{8}} \cdot a^{\frac{1}{6}} \cdot b^{\frac{1}{8}} = a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{\sqrt{ab}}}$$

Podmínky: $a \geq 0$; $b \geq 0$

32. Zjednodušte: $\frac{\left(a^{\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}}{\left(a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{4}}}$

$$\frac{\left(a^{\frac{3}{4}} \cdot b^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}}{\left(a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{4}}} = a^{-\frac{3}{8}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{3}{8}} \cdot b^{-\frac{1}{2}} = \underline{\underline{b^{-\frac{1}{6}}}}$$

Podmínky: $a > 0$; $b > 0$

33. Zjednodušte: $\left[\left(\frac{a+1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{a-1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^2$

$$\left[\left(\frac{a+1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{a-1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^2 = \frac{a+1}{2} + 2 \left(\frac{a+1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{a-1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{a-1}{2} =$$

$$= a + 2 \left(\frac{a^2 - 1}{4} \right)^{\frac{1}{2}} = \underline{\underline{a + \sqrt{a^2 - 1}}}$$

Podmínky: $a \geq 1$

34. Určete definiční obor této funkce: $y = \sqrt[3]{3-x}$

Poznámka: Většina gymnaziálních učebnic matematiky definuje sudé i liché odmocniny pouze pro nezáporná čísla. Najdou se však i takové učebnice, které rozšiřují obor lichých odmocnin na všechna reálná čísla. Naše výpočty vychází z prvního náhledu.

$$\underline{\underline{x \in (-\infty; 3]}}$$

35. Určete definiční obor této funkce: $y = \sqrt[4]{5x-5}$

$$\underline{\underline{x \in \langle 1; \infty \rangle}}$$

36. Určete definiční obor této funkce: $y = \sqrt[3]{3-x} + \sqrt[4]{5x-5}$

$$\underline{\underline{x \in \langle 1; 3 \rangle}}$$

37. Určete definiční obor této funkce: $y = \sqrt[8]{(x+2) \cdot (x-7)}$

$$x \geq -2 \wedge x \geq 7 \vee x \leq -2 \wedge x \leq 7$$

$$\underline{\underline{x \in (-\infty; -2] \cup \langle 7; \infty \rangle}}$$

38. Určete definiční obor této funkce: $y = \sqrt[5]{x^2 - 4}$

$$\underline{\underline{x \in (-\infty; -2] \cup \langle 2; \infty \rangle}}$$

39. Určete definiční obor této funkce: $y = \sqrt{\frac{x-2}{x+3}}$

$$x \geq 2 \wedge x > -3 \vee x \leq 2 \wedge x < -3$$

$$\underline{\underline{x \in (-\infty; -3) \cup \langle 2; \infty \rangle}}$$

40. Upravte odmocninu na součin racionálního čísla a odmocniny z co nejmenšího přirozeného čísla: $\sqrt{24}$

$$\sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = \underline{\underline{2\sqrt{6}}}$$

41. Upravte odmocninu na součin racionálního čísla a odmocniny z co nejmenšího přirozeného čísla: $\sqrt{0,20}$

$$\sqrt{0,20} = \sqrt{4 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{0,2 \cdot \sqrt{5}}}$$

42. Upravte odmocninu na součin racionálního čísla a odmocniny z co nejmenšího přirozeného čísla: $\sqrt[3]{5,4}$

$$\sqrt[3]{5,4} = \sqrt[3]{5 \cdot 400 \cdot 10^{-3}} = \sqrt[3]{216 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{0,6 \cdot \sqrt[3]{25}}}$$

43. Upravte odmocninu na součin racionálního čísla a odmocniny z co nejmenšího přirozeného čísla: $\sqrt[3]{960}$

$$\sqrt[3]{960} = \sqrt[3]{8 \cdot 120} = \sqrt[3]{8 \cdot 8 \cdot 15} = \underline{\underline{4 \cdot \sqrt[3]{15}}}$$

44. Upravte odmocninu na součin racionálního čísla a odmocniny z co nejmenšího přirozeného čísla: $\sqrt[4]{162}$

$$\sqrt[4]{162} = \sqrt[4]{81 \cdot 2} = \underline{\underline{3 \cdot \sqrt[4]{2}}}$$

45. Upravte odmocninu na součin racionálního čísla a odmocniny z co nejmenšího přirozeného čísla: $\sqrt[3]{0,5}$

$$\sqrt[3]{0,5} = \sqrt[3]{500 \cdot 10^{-3}} = \sqrt[3]{125 \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{0,5 \cdot \sqrt[3]{4}}}$$

46. Upravte odmocninu na součin racionálního čísla a odmocniny z co nejmenšího přirozeného čísla: $\sqrt[3]{0,128}$

$$\sqrt[3]{0,128} = \sqrt[3]{128 \cdot 10^{-3}} = \sqrt[3]{64 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{0,4 \cdot \sqrt[3]{2}}}$$

47. Upravte odmocninu na součin racionálního čísla a odmocniny z co nejmenšího přirozeného čísla: $\sqrt[3]{320000}$

$$\sqrt[3]{320000} = \sqrt[3]{64 \cdot 5 \cdot 10^3} = \underline{\underline{40 \cdot \sqrt[3]{5}}}$$

48. Zjednodušte a udejte podmínky: $2x\sqrt{x} - 3\sqrt{x^3} + \frac{5}{x}\sqrt{x^5}$

$$2x\sqrt{x} - 3\sqrt{x^3} + \frac{5}{x}\sqrt{x^5} = 2x\sqrt{x} - 3x\sqrt{x} + 5x\sqrt{x} =$$

$$= \underline{\underline{4x\sqrt{x}}} \quad \underline{\underline{x > 0}}$$

49. Zjednodušte a udejte podmínky: $(3\sqrt{x} + 2\sqrt{y})^2$

$$(3\sqrt{x} + 2\sqrt{y})^2 = \underline{\underline{9x + 12\sqrt{xy} + 4y}} \quad \underline{\underline{x, y \geq 0}}$$

50. Zjednodušte a udejte podmínky: $(3\sqrt{x} + 2\sqrt{y})(3\sqrt{x} - 2\sqrt{y})$

$$(3\sqrt{x} + 2\sqrt{y})(3\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = \underline{\underline{9x - 4y}} \quad \underline{\underline{x, y \geq 0}}$$

51. Zjednodušte a udejte podmínky: $\frac{2}{5}x\sqrt{25x} + 8x\sqrt{x} + 4\sqrt{x^3} - 5x^2\sqrt{\frac{1}{x^2}} \cdot \sqrt{x^7}$

$$\begin{aligned} \frac{2}{5}x\sqrt{25x} + 8x\sqrt{x} + 4\sqrt{x^3} - 5x^2\sqrt{\frac{1}{x^2}} \cdot \sqrt{x^7} &= \\ = 2x\sqrt{x} + 8x\sqrt{x} + 4x\sqrt{x} - 5x^4\sqrt{x} &= \underline{\underline{14x\sqrt{x} - 5x^4\sqrt{x}}} \\ &\underline{\underline{x > 0}} \end{aligned}$$

52. Vyjádřete ve tvaru jediné odmocniny: $\frac{\sqrt[3]{1000}}{\sqrt{10}}$

$$\frac{\sqrt[3]{1000}}{\sqrt{10}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \underline{\underline{\sqrt{10}}}$$

53. Vyjádřete ve tvaru jediné odmocniny: $\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[3]{5}}$

$$\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[12]{2^3}}{\sqrt[12]{5^4}} = \underline{\underline{\sqrt[12]{\frac{8}{625}}}}$$

54. Vyjádřete ve tvaru jediné odmocniny: $\frac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[3]{4}}$

$$\frac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[12]{\frac{512}{256}} = \sqrt[12]{\frac{2^9}{2^8}} = \underline{\underline{\sqrt[12]{2}}}$$

55. Vyjádřete ve tvaru jediné odmocniny: $\sqrt{a \cdot \sqrt{a}}$

$$\sqrt{a \cdot \sqrt{a}} = \underline{\underline{\sqrt[4]{a^3}}} \quad a \geq 0$$

56. Vyjádřete ve tvaru jediné odmocniny: $\sqrt{\frac{a}{b}} \sqrt{\frac{a}{b}}$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} \sqrt{\frac{a}{b}} = \underline{\underline{\sqrt[4]{\frac{a^3}{b^3}}}} \quad a \geq 0; b > 0$$

57. Vyjádřete ve tvaru jediné odmocniny: $\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a}}{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a^5}}$

$$\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a}}{\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a^5}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{2}{3} - \frac{5}{6}} = a^{\frac{13-8-10}{12}} = a^{-\frac{5}{12}} = \sqrt[12]{\frac{1}{a^5}}$$

$$a > 0$$

58. Vyjádřete ve tvaru jediné odmocniny: $\sqrt[4]{2^3 \sqrt{2}}$

$$\sqrt[4]{2^3 \sqrt{2}} = \sqrt[12]{16} = \sqrt[3]{2}$$

59. Vyjádřete ve tvaru jediné odmocniny: $\sqrt{\frac{4}{3} \sqrt[3]{\frac{4}{3}}}$

$$\sqrt{\frac{4}{3} \sqrt[3]{\frac{4}{3}}} = \sqrt[6]{\frac{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}} = \sqrt[3]{\frac{16}{9}}$$

60. Vyjádřete ve tvaru jediné odmocniny: $\sqrt{\frac{3}{5} \sqrt[3]{\frac{3}{5}} \sqrt{5 \cdot \frac{1}{3}}}$

$$\sqrt{\frac{3}{5} \sqrt[3]{\frac{3}{5}} \sqrt{5 \cdot \frac{1}{3}}} = 3^{\frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12}} \cdot 5^{\frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{12}} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{7}{12}} = \sqrt[12]{\left(\frac{3}{5}\right)^7}$$

61. Vypočítejte: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = \underline{\underline{6}}$$

62. Vypočítejte: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{16 \cdot 2} = \sqrt{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{2} = \underline{\underline{8}}$$

63. Vypočítejte: $\sqrt[3]{3} \sqrt[3]{9}$

$$\sqrt[3]{3} \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27} = \underline{\underline{3}}$$

64. Vypočítejte: $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16}$

$$\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{64} = \underline{\underline{4}}$$

65. Vypočítejte: $\frac{\sqrt[3]{500}}{\sqrt[3]{4}}$

$$\frac{\sqrt[3]{500}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{\frac{500}{4}} = \sqrt[3]{125} = \underline{\underline{5}}$$

66. Vypočítejte: $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$$

67. Určete, pro která x jsou definovány a pak upravte: $\sqrt[4]{x^5}$

$$x \geq 0 \quad \sqrt[4]{x^5} = \underline{\underline{x^4 \sqrt{x}}}$$

68. Určete, pro která x jsou definovány a pak upravte: $\sqrt[4]{x^9}$

$$x \geq 0 \quad \sqrt[4]{x^9} = \underline{\underline{x^2 \sqrt[4]{x}}}$$

69. Určete, pro která x jsou definovány a pak upravte: $\sqrt[11]{x^{45}}$

$$x \geq 0 \quad \sqrt[11]{x^{45}} = \underline{\underline{x^4 \sqrt[11]{x}}}$$

70. Určete, pro která x jsou definovány a pak upravte: $\sqrt[3]{x^8} \sqrt[5]{x^3}$

$$x \geq 0 \quad \sqrt[3]{x^8} \sqrt[5]{x^3} = \underline{\underline{x^2 \sqrt[3]{x^2} \sqrt[5]{x^3}}}$$