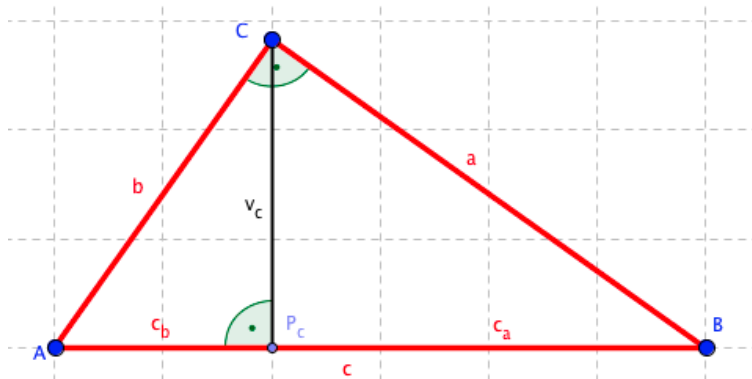


S1 / 1**10 b.**

V pravoúhlém trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu C je dána odvěsna $a = 19 \text{ cm}$ a výška $v = 12 \text{ cm}$. Určete obvod trojúhelníka a velikosti vnitřních úhlů α, β .

Řešení:

Využijeme Euklidovy věty: $a^2 = c \cdot c_a$ $b^2 = c \cdot c_b$ $v^2 = c_a \cdot c_b$



Z Pythagorovy věty:

$$a^2 = v^2 + c_a^2$$

$$a^2 - v^2 = c_a^2$$

$$19^2 - 12^2 = c_a^2$$

$$217 = c_a^2$$

$$\underline{c_a = 14,73 \text{ cm}}$$

$$v^2 = c_a \cdot c_b$$

$$12^2 = 14,73 \cdot c_b$$

$$144 : 14,73 = c_b$$

$$\underline{c_b = 9,78 \text{ cm}}$$

$$c = c_a + c_b$$

$$c = 14,73 + 9,78$$

$$\underline{c = 24,51 \text{ cm}}$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 24,51^2 - 19^2$$

$$\underline{b = 15,48 \text{ cm}}$$

$$o = a + b + c$$

$$o = 19 + 15,48 + 24,51$$

$$\underline{o = 59 \text{ cm}}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\sin \alpha = \frac{19}{24,51}$$

$$\alpha = 50^\circ 49'$$

$$\beta = 90^\circ - 50^\circ 49' = 39^\circ 11'$$

S1 / 2**10 b.**

Řešte v \mathbb{R}^3 soustavu rovnic:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{4}{z} = -5$$

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{y} - \frac{12}{z} = 18$$

$$\frac{1}{z} - \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = -4$$

Řešení:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{4}{z} = -5 \quad / \cdot 2$$

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{y} - \frac{12}{z} = 18$$

$$\frac{1}{z} - \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = -4$$

$$\frac{2}{x} - \frac{2}{y} - \frac{8}{z} = -10$$

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{y} - \frac{12}{z} = 18$$

$$\frac{1}{z} - \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = -4 \quad \Rightarrow \frac{2}{y} = -4 - \frac{1}{z} + \frac{3}{x}$$

$$\frac{2}{x} - \left(-4 - \frac{1}{z} + \frac{3}{x}\right) - \frac{8}{z} = -10$$

$$\frac{2}{x} - 4 - \frac{1}{z} + \frac{3}{x} - \frac{12}{z} = 18$$

$$-\frac{1}{x} - \frac{7}{z} = -14 \quad / \cdot 5$$

$$\frac{5}{x} - \frac{13}{z} = 22$$

$$-\frac{5}{x} - \frac{35}{z} = -70$$

$$\frac{5}{x} - \frac{13}{z} = 22$$

$$-\frac{48}{z} = -48$$

$$z = 1$$

$$\frac{5}{x} - \frac{13}{z} = 22$$

$$\frac{5}{x} - 13 = 22$$

$$\frac{5}{x} = 35$$

$$x = \frac{1}{7}$$

$$\frac{2}{y} = -4 - \frac{1}{1} + \frac{3}{\frac{1}{7}}$$

$$\frac{2}{y} = 16$$

$$y = \frac{1}{8}$$

$$K = \left\{ \left[\frac{1}{7}; \frac{1}{8}; 1 \right] \right\}$$

S1 / 3

10 b.

Sedlák se vracel domů z trhu. První polovinu cesty jel vlakem, který jel patnáctkrát rychleji, než kdyby šel pěšky. Druhou polovinu cesty jel s volským povozem, který jel poloviční rychlostí, než kdyby šel pěšky. Ušetřil sedlák čas ve srovnání s cestou pěšky?

Řešení:

Cesta volským potahem by trvala přesně tak dlouho, jak dlouho by trvala pěšky.

Ztratil přesně čas strávený ve vlaku, tedy $\frac{1}{15}$ doby, za kterou by urazil polovinu cesty pěšky, tedy $\frac{1}{30}$ doby potřebné k vykonání celé cesty pěšky.

S1 / 4

10 b.

Zjednodušte výraz:

$$[x(3xy + y^2) - xy^2]^3 - (3x^2y - 2yx^2)^3 - (x^2y)^3 =$$

Řešení:

$$[x(3xy + y^2) - xy^2]^3 - (3x^2y - 2yx^2)^3 - (x^2y)^3 =$$

$$= (3x^2y)^3 - (x^2y)^3 - (x^2y)^3 = 27x^6y^3 - x^6y^3 - x^6y^3 = \underline{25x^6y^3}$$

S1 / 5

10 b.

Jednou v noci jsem se vzbudil a podíval se na hodinky. Ukazovaly 2 hodiny v noci. Pak jsem si ale všiml, že nejdou. Aniž bych zjišťoval přesný čas, natáhl jsem je a znovu jsem usnul. Když jsem se ráno vzbudil a vyhlédl z okna, hodiny na ulici ukazovaly 7 hodin. Podle mých hodinek však bylo 5:30 ráno. V kolik hodin v noci jsem se vzbudil?

Řešení:

Podle jeho hodinek od natažení do probuzení spal od 2 do 5:30, tedy 3,5hodiny.

Ve skutečnosti se probudil v 7 hodin, bez 3,5hod se tedy probudil ve 3:30 hod.

Jinak:

Hodinky stály $7 - 5:30 = 1:30$ hodin. Jestliže v noci ukazovaly 2 hodiny, ve skutečnosti již bylo $2 + 1:30 = 3:30$ hodin