

S4 / 1

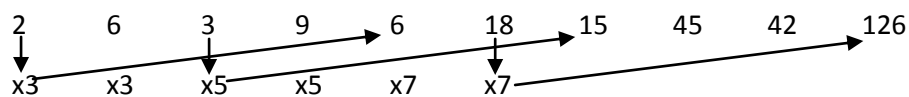
10 b.

Doplňte číselnou řadu: 2, 6, 3, 9, 6, 18, 15, 45, 42, ?

Řešení:

126

čísla násobíme po dvojicích třemi, pěti, sedmi ...



- Vynásobíme-li první číslo (2) číslem 3 dostaneme číslo v číselné řadě o 4 dále (6)
- Další číslo v řadě (6) vynásobíme opět číslem 3 a dostaneme hodnotu o 4 dále (18)
- Postup opakujeme s tím rozdílem že další dvě čísla násobíme dalším lichým číslem 5 a vždy dostaneme hodnotu čísla které je o 4 místa dále
- Další dvě čísla násobíme číslem 7

**S4 / 2**

**10 b.**

Druhé mocniny po sobě jdoucích přirozených čísel jsou zapsány za sebou: 1491625364964.... Jaká číslice je na 100. místě?

Řešení:

Druhé mocniny čísel 1 až 3 jsou jednociferné, takže zaujmou první 3 „místa“.

Druhé mocniny čísel 4 až 9 jsou dvouciferné a zaujmou 6 x 2 místa, tedy 4. až 15. pozici. Nejvyšší přirozené číslo, jehož druhá mocnina je tříciferná, je číslo 31.

Druhé mocniny čísel 10 až 31 zaujmou 22 x 3 míst, což znamená, že zaujmou 16. až 81. pozici.

Do sté pozice zbývá 19 míst. Následují čísla, jejichž druhá mocnina je čtyřciferná.

Na sté pozici tedy je třetí cifra z druhé mocniny čísla o pět většího než 31 (tím je 36) –  $36^2=1296$ . Na stém místě je číslice 9.

**S4 / 3****10 b.**

Řešte nerovnici:

$$\binom{n}{2} + \binom{n+3}{n+1} + \binom{n+6}{2} < 93$$

Řešení:

$$\frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{(n+3)!}{(n+1)!2!} + \frac{(n+6)!}{2!(n+4)!} < 93$$
$$\frac{n(n-1)}{2} + \frac{(n+3)(n+2)}{2} + \frac{(n+6)(n+5)}{2} < 93$$
$$3n^2 + 15n - 150 < 0$$

Kořeny příslušné kvadratické rovnice jsou  $n_{1,2} = \begin{cases} -10 \\ 5 \end{cases}$ Vzhledem k podmínkám:  $K = \{2, 3, 4\}$

Je dán obdélník o stranách  $a = 4\text{cm}$  a  $b = 5\text{cm}$ . Nalezněte obdélník, jehož obsah je v poměru  $p$  k obsahu a obvod v poměru  $q$  k obvodu zadaného obdélníka.

$$p = 6:5, q = 14:9$$

Řešení:

$S$  ..... obsah budoucího obdélníku

$S_Z$  ..... obsah zadaného obdélníku

Obsahy:

$$S:S_Z = 6:5$$

$$S:20 = 6:5 \Rightarrow S = 24$$

Obvody:

$o$  ..... obvod budoucího obdélníku

$o_Z$  ..... obvod zadaného obdélníku

$$o:o_Z = 14:9$$

$$o:18 = 14:9 \Rightarrow o = 28$$

$a, b$  s... strany budoucího obdélníka

$$ab = 24$$

$$\underline{2(a+b) = 28 \Rightarrow b = 14 - a}$$

$$a(14 - a) = 24$$

$$a^2 - 14a + 24 = 0$$

$$a_{1,2} = \begin{cases} 12 \\ 2 \end{cases} \Rightarrow b_{1,2} = \begin{cases} 2 \\ 12 \end{cases}$$

Rozměry nalezeného obdélníka jsou  $a = 12, b = 2$

Upravte:

$$\left[ \left( \frac{2}{3}c^2 + \frac{5}{6}c^2d \right) - 2c \left( \frac{5}{3}c - \frac{2}{3}cd \right) \right] \cdot \left[ (5c^2 - 2c^2d) \cdot \frac{1}{3} \right] =$$

Řešení:

$$\begin{aligned} & \left[ \left( \frac{2}{3}c^2 + \frac{5}{6}c^2d \right) - 2c \left( \frac{5}{3}c - \frac{2}{3}cd \right) \right] \cdot \left[ (5c^2 - 2c^2d) \cdot \frac{1}{3} \right] = \\ & = \left( \frac{2}{3}c^2 + \frac{5}{6}c^2d - \frac{10}{3}c^2 + \frac{4}{3}c^2d \right) \cdot \left( \frac{5}{3}c^2 - \frac{2}{3}c^2d \right) = \\ & = \left( -\frac{8}{3}c^2 + \frac{13}{6}c^2d \right) \cdot \left( \frac{5}{3}c^2 - \frac{2}{3}c^2d \right) = -\frac{40}{9}c^4 + \frac{16}{9}c^4d + \frac{65}{18}c^4d - \frac{26}{18}c^4d^2 = \\ & = -\frac{40}{9}c^4 + \frac{97}{18}c^4d - \frac{13}{9}c^4d^2 \end{aligned}$$