S4 / 1 **10 b.**

Doplňte číselnou řadu: 2, 6, 3, 9, 6, 18, 15, 45, 42, ?

<u>Řešení:</u>

126

čísla násobíme po dvojicích třemi, pěti, sedmi …

2	6	3	9	6	18	15	45	42	126
x3	x3	x5	x5	x7	x7				

- Vynásobíme-li první číslo (2) číslem 3 dostaneme číslo v číselné řadě o 4 dále (6)
- Další číslo v řadě (6) vynásobíme opět číslem 3 a dostaneme hodnotu o 4 dále (18)
- Postup opakujeme s tím rozdílem že další dvě čísla násobíme dalším lichým číslem 5 a vždy dostaneme hodnotu čísla které je o 4 místa dále
- Další dvě čísla násobíme číslem 7

S4 / 2 10 b.

Druhé mocniny po sobě jdoucích přirozených čísel jsou zapsány za sebou: 1491625364964…. Jaká číslice je na 100. místě?

Řešení:

Druhé mocniny čísel 1 až 3 jsou jednociferné, takže zaujmou první 3 „místa“.

Druhé mocniny čísel 4 až 9 jsou dvouciferné a zaujmou 6 x 2 místa, tedy 4. až 15. pozici. Nejvyšší přirozené číslo, jehož druhá mocnina je trojciferná, je číslo 31.

Druhé mocniny čísel 10 až 31 zaujmou 22 x 3 míst, což znamená, že zaujmou 16. až 81. pozici.

Do sté pozice zbývá 19 míst. Následují čísla, jejichž druhá mocnina je čtyřciferná.

Na sté pozici tedy je třetí cifra z druhé mocniny čísla o pět většího než 31 (tím je 36) – 362=1296. Na stém místě je číslice 9.

S4 / 3 **10 b.**

Řešte nerovnici:

$$\binom{n}{2}+\binom{n+3}{n+1}+\binom{n+6}{2}<93$$

<u>Řešení:</u>

$$\frac{n!}{2!\,(n-2)!}+\frac{(n+3)!}{(n+1)!\,2!}+\frac{(n+6)!}{2!\,(n+4)!}<93$$

$$\frac{n(n-1)}{2}+\frac{(n+3)(n+2)}{2}+\frac{(n+6)(n+5)}{2}<93$$

$$3n^2+15n-150<0$$

Kořeny příslušné kvadratické rovnice jsou $n_{1,2}=\begin{cases}-10\\ 5\end{cases}$

Vzhledem k podmínkám: $K=\{2,3,4\}$

S4 / 4 **10 b.**

Je dán obdélník o stranách $a = 4cm$ a $b = 5cm$. Nalezněte obdélník, jehož obsah je v poměru p k obsahu a obvod v poměru q k obvodu zadaného obdélníka.

$p = 6:5, q = 14:9$

Řešení:

S ….. obsah budoucího obdélníku

S_Z ….. obsah zadaného obdélníku

Obsahy:

$$S : S_Z = 6:5$$

$$S : 20 = 6:5 \implies S = 24$$

Obvody:

o ….. obvod budoucího obdélníku

o_Z ….. obvod zadaného obdélníku

$$o : o_Z = 14:9$$

$$o : 18 = 14:9 \implies o = 28$$

a, b s… strany budoucího obdélníka

$$ab = 24$$

$$\underline{2(a+b) = 28 \implies b = 14 - a}$$

$$a(14 - a) = 24$$

$$a^2 - 14a + 24 = 0$$

$$a_{1,2} = \begin{cases} 12 \\ 2 \end{cases} \implies b_{1,2} = \begin{cases} 2 \\ 12 \end{cases}$$

Rozměry nalezeného obdélníka jsou $a = 12, b = 2$

S4 / 5 **10 b.**

Upravte:

$$\left[\left(\frac{2}{3}c^2+\frac{5}{6}c^2d\right)-2c\left(\frac{5}{3}c-\frac{2}{3}cd\right)\right]\cdot\left[(5c^2-2c^2d)\cdot\frac{1}{3}\right]=$$

Řešení:

$$\left[\left(\frac{2}{3}c^2+\frac{5}{6}c^2d\right)-2c\left(\frac{5}{3}c-\frac{2}{3}cd\right)\right]\cdot\left[(5c^2-2c^2d)\cdot\frac{1}{3}\right]=$$

$$=\left(\frac{2}{3}c^2+\frac{5}{6}c^2d-\frac{10}{3}c^2+\frac{4}{3}c^2d\right)\cdot\left(\frac{5}{3}c^2-\frac{2}{3}c^2d\right)=$$

$$=\left(-\frac{8}{3}c^2+\frac{13}{6}c^2d\right)\cdot\left(\frac{5}{3}c^2-\frac{2}{3}c^2d\right)=-\frac{40}{9}c^4+\frac{16}{9}c^4d+\frac{65}{18}c^4d-\frac{26}{18}c^4d^2=$$

$$=-\frac{40}{9}c^4+\frac{97}{18}c^4d-\frac{13}{9}c^4d^2$$