

N1/1**10 b.**Vyřešte rovnici v \mathbb{R} a proveďte zkoušku:

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + x} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} - \frac{\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + x}$$

Řešení:

$$\begin{aligned}\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2+3x}{3}} - \frac{2}{3} &= \frac{2}{3} - \frac{\frac{2x+2}{3}}{\frac{2+3x}{3}} \\ \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2+3x} - \frac{4}{3} &= -\frac{2x+2}{3} \cdot \frac{3}{2+3x} \\ 6 - 4(2+3x) &= -3(2x+2) \\ 6 - 8 - 12x &= -6x - 6 \\ -6x &= -4 \\ x &= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\end{aligned}$$

ZK:

$$L\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{6}$$

$$P\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} - \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{2}{3} - \frac{\frac{4+6}{9}}{\frac{4}{3}} = \frac{2}{3} - \frac{10}{9} \cdot \frac{3}{4} = -\frac{1}{6}$$

 $L = P$

N1/2

10 b.

Určete, kolik je: $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots - 2018 + 2019$.

Řešení:

$$\underbrace{\underbrace{1-2}_{-1} + \underbrace{3-4}_{-1} + \underbrace{5-6}_{-1} + \dots + \underbrace{2017-2018}_{-1}}_{-1009} + 2019 = -1009 + 2019 = 1010$$

N1/3

10 b.

Vyřešte v \mathbb{R} rovnici s absolutní hodnotou:

$$|x| - |x - 5| = 4(x - 3)$$

Řešení:

Nulové body:

$$x = 0$$

$$x = 5$$

	$(-\infty; 5)$	$\langle 0; 5 \rangle$	$\langle 5; \infty$
x	-	+	+
x - 5	-	-	+

$(-\infty; 5)$:

$$\begin{aligned} -x + x - 5 &= 4x - 12 \\ x &= \frac{7}{4} \end{aligned}$$

$$K_1 = \emptyset$$

$\langle 0; 5 \rangle$:

$$\begin{aligned} x + x - 5 &= 4x - 12 \\ x &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$K_2 = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$$

$\langle 5; \infty$):

$$\begin{aligned} x - x + 5 &= 4x - 12 \\ x &= \frac{17}{4} \end{aligned}$$

$$K_3 = \emptyset$$

$$K = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$$

N1/4

10 b.

Matematické soutěže se zúčastnilo 48 studentů. Byli to studenti z Pardubic, Chrudimi a Ústí nad Orlicí. Z Pardubic jich bylo o 4 více než z Ústí nad Orlicí, z Chrudimi o 6 méně než polovina studentů z obou zbylých měst dohromady. Kolik studentů se zúčastnilo soutěže z jednotlivých měst?

Řešení:

Celkem48 studentů

Z Ústí nad Orlicí u

Z Pardubic $p = u + 4$

Z Chrudimi..... $c = \frac{u+p}{2} - 6$

$$\begin{aligned}u + u + 4 + \frac{u + (u + 4)}{2} - 6 &= 48 \\2u + 2u + 8 + u + u + 4 - 12 &= 96 \\6u &= 96 \\u &= 16\end{aligned}$$

Odpověď:

Soutěže se zúčastnilo 16 studentů z Ústí nad Orlicí, 20 studentů z Pardubic a 12 studentů z Chrudimi.

N1/5

10 b.

Hranol se čtvercovou podstavou o straně 10 cm je naplněn vodou do výšky h . Dovnitř vložíme kovovou kostku o hraně 2 cm . Urči nejnižší výšku hladiny vody h takovou, aby byly boční stěny kostky úplně ponořeny.

Řešení:

Objem hranolu: $V_H = 10 \times 10 \times h = 100h$

Objem krychle: $V_K = 125\text{ cm}^3$

Výška hladiny včetně krychle je 5 cm

Objem hranolu včetně krychle: $V_H = 500\text{ cm}^3$

$$500 = 100h + 125$$

$$h = 3,75\text{ cm}$$