

S3/1

10 b.

V sadu je méně než 50 stromů. Z toho je 72% třešní. Kolik stromů je v sadu? Kolik z toho je třešní?

Řešení:

Stromů v sadu x

$$\frac{72}{100}x = \frac{18}{25}x \text{ musí být celé číslo} \Rightarrow x = 25$$

Odpověď: v sadu je 25 stromů, z toho 18 třešní.

S3/2**10 b.**Řešte v \mathbb{R} rovnici:

$$\log x^{2 \log \sqrt{x}} + \log \frac{1}{x^2} = 3$$

Řešení:

$$\log x^{2 \log \sqrt{x}} + \log \frac{1}{x^2} = 3$$

$$2 \log \sqrt{x} \cdot \log x + \log \frac{1}{x^2} = 3$$

$$(\log x)^2 - 2 \log x = 3$$

Substituce: $\log x = y$

$$y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$D = 16$$

$$y_{1,2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

$$\log x = 3$$

$$x = 10^3 = 1000$$

$$\log x = -1$$

$$x = \frac{1}{10}$$

Závěr: $K = \{0,1; 1000\}$

S3/3

10 b.

Každý pátý Mimoň, jak známo, má pouze jedno oko, to však vůbec nevádí, protože tito Mimoni zase většinou umějí lépe zpívat. Polovina Mimoňů s jedním okem totiž zpívá v opeře, zatímco mezi všemi Mimoni je to jen jedna čtvrtina. Kolik Mimoňů s dvěma očima zpívá v opeře, jestliže celkový počet všech Mimoňů je 600?

Řešení:

Mezi všemi Mimoni je $600 \div 5 = 120$ s jedním okem a zbytek $600 - 120 = 480$ se dvěma očima. Mimoňů s jedním okem zpívá v opeře $120 \div 2 = 60$, ze všech Mimoňů je to $600 \div 4 = 150$. Mimoňů se dvěma očima zpívá v opeře $150 - 60 = 90$.

S3/4**10 b.**

Jaký je počet různých celých čísel, která jsou kořeny rovnice

$$(3x^2 - 9x + 7) \cdot (3x^2 + 22x + 7) = 0$$

Řešení:**1**

$$3x^2 - 9x + 7 = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 3 \cdot 7 = 81 - 84 = -3$$

$$3x^2 + 22x + 7 = 0$$

$$D = 22^2 - 4 \cdot 3 \cdot 7 = 484 - 84 = 400$$

$$x_{1,2} = \frac{-22 \pm 20}{6} \begin{cases} \frac{-42}{6} = 7 \\ \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

S3/5**10 b.**

Otáčením rovnostranného trojúhelníku ABC s délkou strany 6 cm kolem strany AB vznikne rotační dvojkůžel. Vypočítejte jeho objem a povrch.

Řešení:

$$r = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$$

$$S = 2\pi r s = 2\pi \cdot 3\sqrt{3} \cdot 6 = 36\pi\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi r^2 v = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi (3\sqrt{3})^2 \cdot 3 = \frac{2}{3}\pi \cdot 27 \cdot 3 = 54\pi \text{ cm}^3$$

