

S4/1

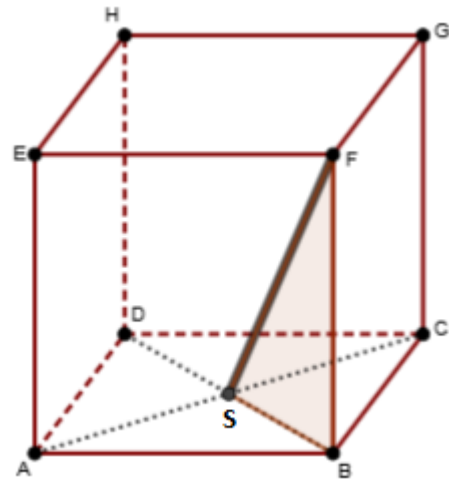
10 b.

Je dána krychle $ABCDEFGH$ s hranou délky 1 dm . Jaká je vzdálenost bodu F od přímky AC ?

Řešení:

Vzdálenost bodu F od přímky AC je vzdálenost středu S podstavy od bodu F .

$$|SF| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$



S4/2**10 b.**

Upravte a napište podmínky, kdy má výraz smysl:

$$\left(\frac{1+a}{1-a} - \frac{1-a}{1+a}\right) \cdot \left(\frac{3}{4a} + \frac{a}{4} - 1\right)$$

Řešení:Podmínky: $a \neq \pm 1, a \neq 0$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1+a}{1-a} - \frac{1-a}{1+a}\right) \cdot \left(\frac{3}{4a} + \frac{a}{4} - 1\right) &= \frac{(1+a)^2 - (1-a)^2}{(1-a)(1+a)} \cdot \frac{3+a^2-4a}{4a} = \\ &= \frac{1+2a+a^2-1+2a-a^2}{(1-a)(1+a)} \cdot \frac{3+a^2-4a}{4a} = \frac{4a}{(1-a)(1+a)} \cdot \frac{(a-3)(a-1)}{4a} = \\ &= \frac{(a-3)(a-1)}{(1-a)(1+a)} = -\frac{(a-3)(a-1)}{(a-1)(1+a)} = \frac{3-a}{1+a} \end{aligned}$$

S4/3**10 b.**Řešte v \mathbb{R} rovnici:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} - \sqrt{4x+13} = 0$$

Řešení:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} - \sqrt{4x+13} = 0$$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} = \sqrt{4x+13}$$

$$x+1 + 2\sqrt{(x+1)(2x+3)} + 2x+3 = 4x+13$$

$$2\sqrt{2x^2+3x+2x+3} = x+9$$

$$4(2x^2+5x+3) = x^2+18x+81$$

$$8x^2+20x+12 = x^2+18x+81$$

$$7x^2+2x-69 = 0$$

$$D = 4 - 4 \cdot 7 \cdot (-69) = 1936$$

$$\sqrt{D} = 44$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -\frac{23}{7}$$

Druhý kořen rovnici nevyhovuje z podmínky (pod odmocninou nesmí být záporné číslo)

Pro $x_1 = 3$ provedeme zkoušku:

$$L(3) = \sqrt{3+1} + \sqrt{2 \cdot 3 + 3} - \sqrt{4 \cdot 3 + 13} = \sqrt{4} + \sqrt{9} - \sqrt{25} = 2 + 3 - 5 = 0$$

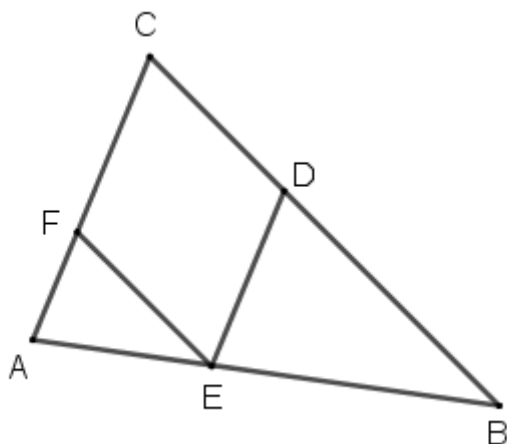
$$P(3) = 0$$

$$L(3) = P(3)$$

Výsledek: $K = \{3\}$

S4/4**10 b.**

Do trojúhelníku ABC , kde $|AC| = 12 \text{ cm}$, $|BC| = 18 \text{ cm}$, je vepsán kosočtverec $CDEF$ podle obrázku. Vypočítejte délku strany kosočtverce.



Řešení:

Stranu kosočtverce označíme x

Z podobnosti trojúhelníků AEF a ABC : $\frac{|AF|}{x} = \frac{12}{18} \Rightarrow |AF| = \frac{2}{3}x$

$$|AF| + x = 12$$

$$\frac{2}{3}x + x = 12$$

$$x = 7,2 \text{ cm}$$

Strana kosočtverce má délku $7,2 \text{ cm}$.

S4/5

10 b.

Kolik přirozených čísel n splňuje podmínku, že $\frac{n}{5}$ i $5n$ jsou trojmístná čísla?

Řešení:

$$\frac{n}{5} = 100$$

$$n = 500$$

$$5n = 2500$$

↓

žádné