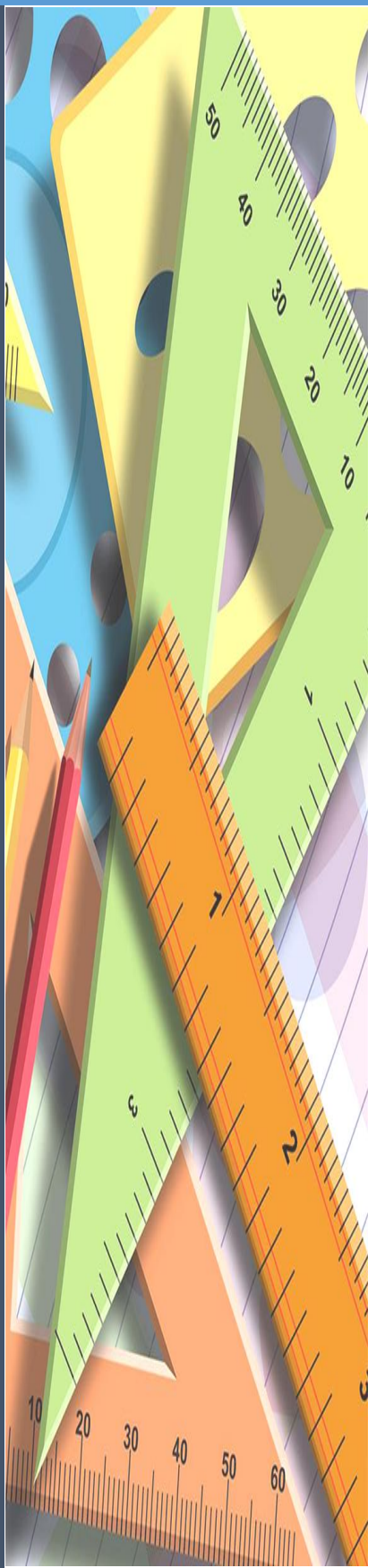


Krajský úřad Pardubického kraje - odbor školství
Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Pardubice
Střední škola automobilní Ústí nad Orlicí

26.3.2019

SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

37. ročník regionální matematické
soutěže žáků středních odborných
škol, středních odborných učilišť a
integrovaných středních škol



Kategorie: U 1
pro žáky 1. ročníků učebních oborů

- 1) Řešte v $\mathbb{R}$ rovnici a proveďte zkoušku:

$$2a^2 - 3a + 2,1 - (2 + a)^2 = a^2 + a - 33,9$$

- 2) Jaká je poslední cifra součtu $7 + 77 + 777 + \dots + \underbrace{777 \dots 777}_{2019}$?

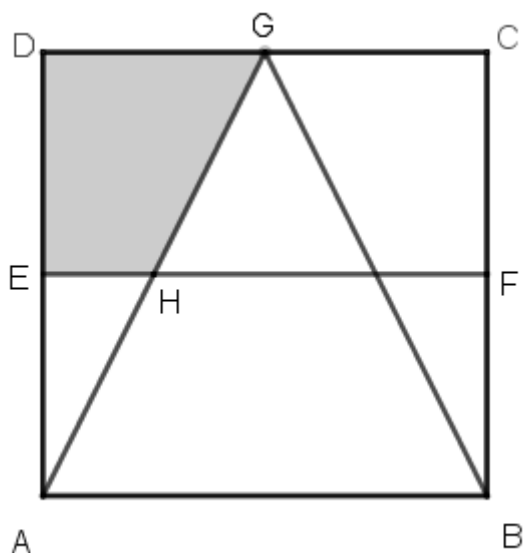
- 3) Zkraťte zlomek a запиšte podmínky, za kterých má smysl:

$$\frac{uv - u - v + 1}{(v - 1)^2} =$$

- 4) Obecně se udává, že ocelí vhodnou ke svařování je taková, která má obsah uhlíku do 0,2%, naopak nevhodnou ta, která obsahuje uhlíku více než 0,3%. Vypočítejte maximální hmotnost uhlíku ve 30 tunách oceli vhodné ke svařování. Výsledek uveďte v kilogramech.
- 5) Gepard je považován za nejrychlejší suchozemské zvíře, je čtyřikrát rychlejší než hroch. Hroch je třikrát rychlejší než plejtvák obrovský. Plejtvák obrovský je osmkrát pomalejší než gazela. Kolikrát je gepard rychlejší než gazela?

Kategorie: U 2
pro žáky 2. ročníků učebních oborů

- 1) D je 40% z E, E je 30% z F, F je 20% z G a H je 10% z G. Čemu je roven zlomek $\frac{D}{H}$?
- 2) Na hladině naprosto klidného oceánu si lebedí rejnok Ampérius. V dálce vidí úplnou špičku nejvyššího stěžně pirátské lodi. Jinou část lodi nevidí, protože Země je, jak známo, kulatá. Ampérius je úplně v klidu, protože ví, že špička pirátského stěžně je 100 metrů nad hladinou a že poloměr Země je 6378000 metrů, tudíž je loď ještě hodně daleko. Kolik metrů je vršek stěžně pirátské lodi od rejnokových očí?
- 3) V tomto roce oslavil otec 41 let. Jeho třem synům je nyní 5, 11 a 15 let. Za kolik let se bude věk otce rovnat součtu let jeho synů?
- 4) Body E, F, G jsou středy stran čtverce ABCD. Jaký je poměr obsahu pravoúhlého lichoběžníku EHGD a obsahu čtverce ABCD?



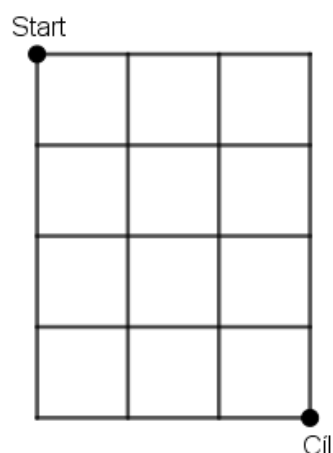
- 5) Vyřešte v $\mathbb{R}$ rovnici:

$$x \cdot \left(\frac{5x}{6} - \frac{11}{3} \right) - \frac{5}{6} = \frac{3}{2} \cdot \left(x - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(x + \frac{1}{3} \right) - \frac{2}{3}x^2$$

Kategorie: U 3

pro žáky 3. ročníků učebních oborů

- 1) Délka strany jednoho čtverečku je 1 (viz obrázek). Urči délku nejkratší cesty ze startu do cíle, pokud se můžeš pohybovat pouze po stranách či úhlopříčkách jednotlivých čtverečků.



- 2) Upravte a udejte podmínky, kdy má výraz smysl:

$$\left(x + \frac{x+1}{x-1}\right) : (x+1) =$$

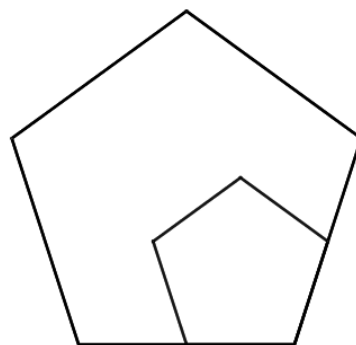
- 3) Firma na výrobu chmele má dvě pole. Jedno má tvar rovnoběžníku o straně 510 m a k ní příslušné výšce 326 m, druhé má tvar lichoběžníku o základnách 322 m a 218 m a výšce 190 m. Svou produkci chce zvýšit, rozhodne se tedy zvětšit výměru chmelnic o 27%. Na kolika hektarech půdy bude třeba založit nové chmelnice?
- 4) Kateřina se vydala na výlet na kole. První den ujela polovinu plánované cesty. Protože byla unavena, ujela druhý den jen třetinu zbývajících vzdálenosti. Třetí den přšelo, a tak ujela jen čtvrtinu vzdálenosti, která jí zbývala. Čtvrtý den se Kateřině porouchalo kolo, takže ujela pouze 6 km, které byly pouhou pětinou počtu kilometrů zbývajících do cíle. Jakou vzdálenost Kateřina ujela během čtyř dnů?

- 5) Pro která přirozená čísla x platí:

$$3 - \frac{x-1}{2} > \frac{2x-1}{5} - \frac{3-2x}{4}$$

Kategorie: S 1 **pro žáky 1. ročníků studijních oborů**

- 1) Jeden okruh závodu na kolech má délku 3 km. Ze startu v 9 hodin 15 minut současně vyráží Jiří, Mirek a Dominik. Jiří jede průměrnou rychlostí 15 km/h, Mirek 12 km/h, Dominik 9 km/h. Kolik kol musí ujet Jiří, aby se opět všichni setkali na startu? V kolik hodin nejdříve se znovu potkají všichni chlapci na startu?
- 2) Leguán černý je jeden z nejrychlejších ještěřů, může dosáhnout rychlosti 34,2 km/h. Za jak dlouho dohoní druhého leguána, který je před ním ve vzdálenosti 60,5 metru a utíká rychlostí 4 m/s ?
- 3) Letadlo letí rychlostí 800 km/h. Od okamžiku, kdy prolétlo nad naší hlavou do okamžiku, kdy jsme je viděli pod výškovým úhlem o velikosti 60° , uplynulo 10 sekund. Jak vysoko letadlo letí?
- 4) Pravoúhlý trojúhelník KLM má délky odvěsen $|KM| = 18$ cm, $|LM| = 12$ cm . Vypočtěte vzdálenost bodu M od středu O přepony KL .
- 5) Délka strany velkého pravidelného pětiúhelníku je dvojnásobkem délky strany malého pětiúhelníku. Jaký je poměr obsahů malého pětiúhelníku k velkému pětiúhelníku?



Kategorie: S 2

pro žáky 2. ročníků studijních oborů

- 1) V sadu je méně než 50 stromů. Z toho je 72% třešní. Kolik stromů je v sadu? Kolik z toho je třešní?

- 2) Řešte v $\mathbb{R}$ rovnici:

$$\log x^{2 \log \sqrt{x}} + \log \frac{1}{x^2} = 3$$

- 3) Každý pátý Mimoň, jak známo, má pouze jedno oko, to však vůbec nevadí, protože tito Mimoni zase většinou umějí lépe zpívat. Polovina Mimoňů s jedním okem totiž zpívá v opeře, zatímco mezi všemi Mimoni je to jen jedna čtvrtina. Kolik Mimoňů s dvěma očima zpívá v opeře, jestliže celkový počet všech Mimoňů je 600?

- 4) Jaký je počet různých celých čísel, která jsou kořeny rovnice

$$(3x^2 - 9x + 7) \cdot (3x^2 + 22x + 7) = 0$$

- 5) Otáčením rovnostranného trojúhelníku ABC s délkou strany 6 cm kolem strany AB vznikne rotační dvojkužel. Vypočítejte jeho objem a povrch.

Kategorie: S 3

pro žáky 3. ročníků studijních oborů

- 1) V sadu je méně než 50 stromů. Z toho je 72% třešní. Kolik stromů je v sadu? Kolik z toho je třešní?

- 2) Řešte v $\mathbb{R}$ rovnici:

$$\log x^{2 \log \sqrt{x}} + \log \frac{1}{x^2} = 3$$

- 3) Každý pátý Mimoň, jak známo, má pouze jedno oko, to však vůbec nevadí, protože tito Mimoni zase většinou umějí lépe zpívat. Polovina Mimoňů s jedním okem totiž zpívá v opeře, zatímco mezi všemi Mimoni je to jen jedna čtvrtina. Kolik Mimoňů s dvěma očima zpívá v opeře, jestliže celkový počet všech Mimoňů je 600?

- 4) Jaký je počet různých celých čísel, která jsou kořeny rovnice

$$(3x^2 - 9x + 7) \cdot (3x^2 + 22x + 7) = 0$$

- 5) Otáčením rovnostranného trojúhelníku ABC s délkou strany 6 cm kolem strany AB vznikne rotační dvojkužel. Vypočítejte jeho objem a povrch.

Kategorie: S 4
pro žáky 4. ročníků studijních oborů

- 1) Je dána krychle $ABCDEFGH$ s hranou délky 1 dm . Jaká je vzdálenost bodu F od přímky AC ?

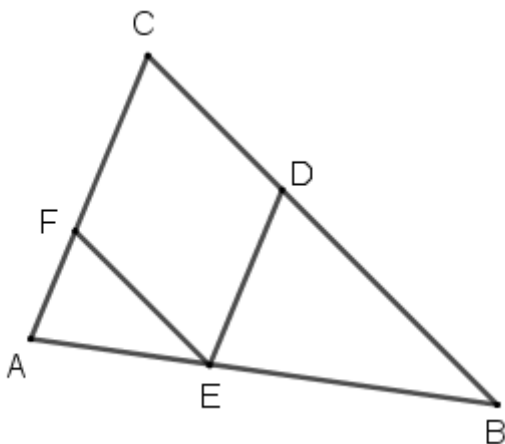
- 2) Upravte a napište podmínky, kdy má výraz smysl:

$$\left(\frac{1+a}{1-a} - \frac{1-a}{1+a}\right) \cdot \left(\frac{3}{4a} + \frac{a}{4} - 1\right) =$$

- 3) Řešte v $\mathbb{R}$ rovnici:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} - \sqrt{4x+13} = 0$$

- 4) Do trojúhelníku ABC , kde $|AC| = 12\text{ cm}$, $|BC| = 18\text{ cm}$, je vepsán kosočtverec $CDEF$ podle obrázku. Vypočítejte délku strany kosočtverce.



- 5) Kolik přirozených čísel n splňuje podmínku, že $\frac{n}{5}$ i $5n$ jsou trojmístná čísla?

Kategorie: N 1
pro žáky 1. ročníků nástavbového studia

- 1) Vyřešte rovnici v $\mathbb{R}$ a proveďte zkoušku:

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + x} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3} - \frac{\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + x}$$

- 2) Určete, kolik je: $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots - 2018 + 2019 =$

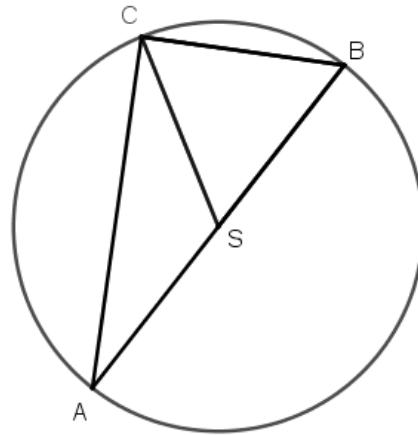
- 3) Vyřešte v $\mathbb{R}$ rovnici s absolutní hodnotou:

$$|x| - |x - 5| = 4(x - 3)$$

- 4) Matematické soutěže se zúčastnilo 48 studentů. Byli to studenti z Pardubic, Chrudimi a Ústí nad Orlicí. Z Pardubic jich bylo o 4 více než z Ústí nad Orlicí, z Chrudimi o 6 méně než polovina studentů z obou zbylých měst dohromady. Kolik studentů se zúčastnilo soutěže z jednotlivých měst?
- 5) Hranol se čtvercovou podstavou o straně 10 cm je naplněn vodou do výšky h . Dovnitř vložíme kovovou kostku o hraně 2 cm. Urči nejnižší výšku hladiny vody h takovou, aby byly boční stěny kostky úplně ponořeny.

Kategorie: N 2
pro žáky 2. ročníků nástavbového studia

- 1) Jaká je největší možná hodnota součtu dvou přirozených čísel, je-li jejich součin 100?
- 2) Objem kvádru je 14000 dm^3 . O kolik dm^3 se zmenší jeho objem, pokud každou z jeho stran zkrátíme o 30 %?
- 3) Je dána kružnice se středem S a průměrem AB. Průměr kružnice je 7 cm. Je-li trojúhelník CSB rovnostranný, jaká je délka úsečky AC?



- 4) Zjednodušte a napište podmínky, kdy má výraz smysl:

$$\frac{u^2 + u - 2}{u^2 - 3u + 2} =$$

- 5) Dělník měl měsíční plat 17800 Kč. Během roku si zvýšil kvalifikaci, a proto mu byl od následujícího měsíce zvýšen plat o 10%. Za celý rok si vydělal 227840 Kč. Od kterého měsíce mu byl plat navýšen?

