

Příklad 1

S3

V množině přirozených čísel řešte nerovnici $-4(3 - x)^2 \geq 11x - 33$

Řešení:

$$\begin{aligned} -4(3 - x)^2 &\geq 11x - 33 \\ -4(9 - 6x + x^2) &\geq 11x - 33 \\ -36 + 24x - 4x^2 - 11x + 33 &\geq 0 \\ -4x^2 + 13x - 3 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$D = 121$$

$$x_{1,2} = \frac{-13 \pm 11}{-8}$$

$$x_1 = \frac{1}{4}$$

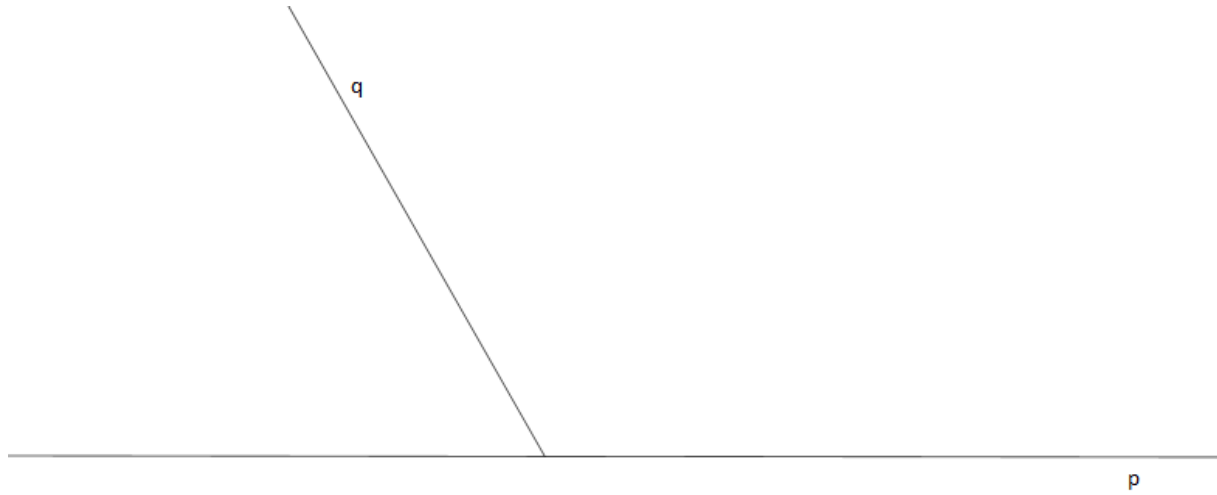
$$x_2 = 3$$

$$x \in \left\langle \frac{1}{4}; 3 \right\rangle$$

Příklad 2

S3

Je dána přímka p a polopřímka q , která svírá s přímkou p úhel 120° . Sestrojte všechny kružnice s poloměrem 2 cm , které se dotýkají přímky i polopřímky.



Příklad 3

S3

V této posloupnosti: 2, ..., ..., ..., 500 chybí tři čísla. Víme, že každé číslo je součinem dvou předcházejících. Jaký je součin tří zbývajících čísel?

Řešení:

Označme neznámá čísla a, b, c

2, $a, b, c, 500$

Platí:

$$2a = b$$

$$ab = c \quad \Rightarrow \quad c = 2a^2$$

$$\underline{bc = 500}$$

Dosadíme do třetí rovnice:

$$2a \cdot 2a^2 = 500$$

$$a^3 = \frac{500}{4}$$

$$a^3 = 125$$

$$a = 5$$

$$b = 10$$

$$c = 50$$

$$abc = 5 \cdot 10 \cdot 50 = 2500$$

Příklad 4

S3

Ze dvou podobných trojúhelníků má jeden obvod 48 cm, strany druhého jsou po řadě o 6 cm, 8 cm, 10 cm větší než strany prvního trojúhelníku. Vypočítejte délky stran obou trojúhelníků.

Řešení:

Trojúhelník 1: $a, b, c, o = 48 \text{ cm}$

Trojúhelník 2: $a + 6, b + 8, c + 10$

Z podobnosti trojúhelníků:

$$(a + 6) = ax$$

$$(b + 8) = bx$$

$$\underline{(c + 10) = cx}$$

Rovnice sečteme

$$a + b + c + 6 + 8 + 10 = x(a + b + c)$$

Dosadíme vztah pro obvod $a + b + c = 48$

$$48 + 6 + 8 + 10 = x \cdot 48$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Trojúhelník 1:

$$a = 12$$

$$b = 16$$

$$c = 20$$

Trojúhelník 2:

$$a = 18$$

$$b = 24$$

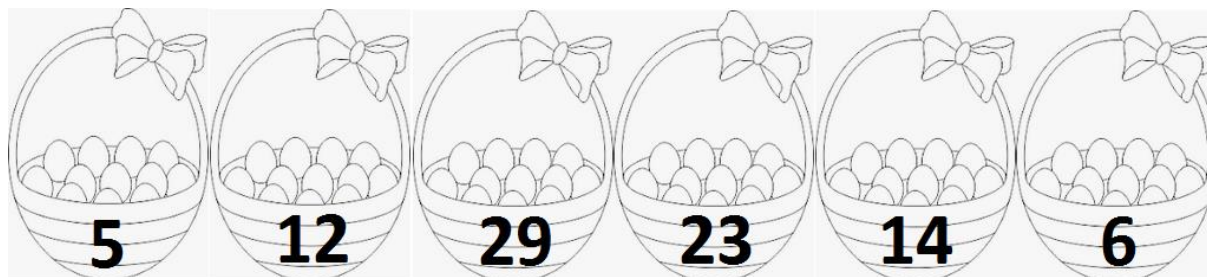
$$c = 30$$

Příklad 5

S3

Košíky na obrázku obsahují vejce. V některých jsou slepičí, v jiných kachní. Na každém košíku je vyznačen jejich počet. „Prodám-li tento košík kachních vajec,“ přemýšlí prodavač, „zůstane mi slepičích vajec právě dvakrát tolik co kachních.“

- Který košík má na mysli?
- Kolik měl kachních a kolik slepičích vajec?



Řešení:

- Košík s 29 vejci
- 40 slepičích a 49 kachních