

Příklad 1

S4

Tři cestovatelé a tři jejich sluhové byli na výpravě po Indii. Jedno dne večer se šel ještě jeden z cestovatelů projít ven, když zaslechl, jak se sluhové radí, že své pány přepadnou, zabijí a okradou. Jen musí počkat, až se nějakou náhodou cestovatelé rozdělí, aby sluhů na ně bylo víc. Cestovatelé totiž byli dobře ozbrojeni. Když to vyslechl, vrátil se zpět a než aby tropil rozruch, nechal si to pro sebe a dával jen pozor, aby se nikdy nerozdělili. Jenže druhého dne došli k řece, kterou bylo nutné překonat. Do pramice, jenž byla přivázána u břehu, se však vešli jen dvě osoby. Jak to jen zařídit, aby ani na chvíli nebyl počet sluhů na kterémkoliv z břehů větší než počet cestovatelů?

Řešení

Cesta	Kdo jede a jak to vypadá po akci:	1. břeh	2. břeh
1.	pán a sluha přeplují, pán se vrátí	CCC ss	s
2.	dva sluhové přeplují, jeden sluha se vrátí	CCC s	ss
3.	dva páni přeplují, sluha a pán se vrátí	CC ss	C s
4.	dva páni přeplují, jeden sluha se vrátí	sss	CCC
5.	dva sluhové přeplují, jeden sluha se vrátí	ss	CCC s
6.	dva sluhové přeplují a je to ...		CCC sss

Příklad 2

S4

V \mathbb{R} vyřešte rovnici:

$$7^{2y} = 6 + 7^{2y-1}$$

Řešení:

$$\begin{aligned}7^{2y} &= 6 + 7^{2y-1} \\7^{2y} - 7^{2y-1} &= 6 \\7^{2y} - 7^{2y} \cdot 7^{-1} &= 6 \\7^{2y} \cdot (1 - 7^{-1}) &= 6 \\7^{2y} \cdot \frac{6}{7} &= 6 \\7^{2y} &= 7 \\2y &= 1 \\y &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Příklad 3

S4

Je dána funkce $f: y = -2x^2 - 10x - 8$. Vypočítejte obsah trojúhelníku, jehož vrcholy jsou v průsečících grafu funkce f s osami souřadnic.

Řešení:

$$y = -2x^2 - 10x - 8 = -2(x + 4)(x + 1)$$

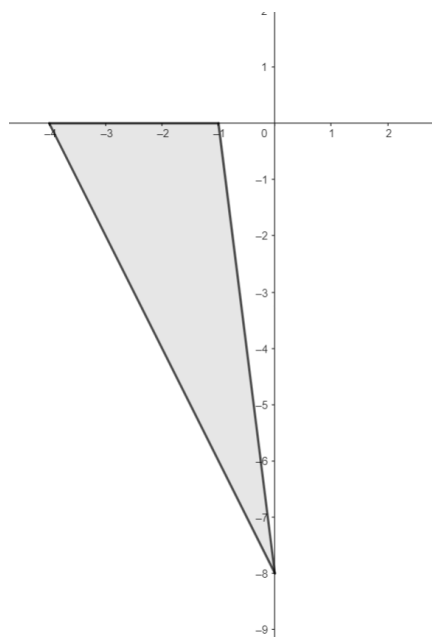
$$D = 36$$

$$x_1 = -4$$

$$x_2 = -1$$

Průsečíky s osou x : $[-1; 0]$, $[-4; 0]$

Průsečík s osou y : $[0; -8]$



$$S = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{3 \cdot 8}{2} = 12 j$$

Příklad 4

S4

Předpokládejme, že Země je koule. Rovník je dlouhý 40 000 *km*. Vzdálenost mezi Paříží a Bukureští je 1 800 *km*. Jak velký úhel svírají poloměry zeměkoule, procházející těmito dvěma městy?

Řešení:

$l = 1800 \text{ km}$... délka oblouku Paříž Bukurešť

$$2\pi r = 40\,000 \text{ km}$$

$$l = \frac{2\pi r}{360^\circ} \cdot \alpha$$

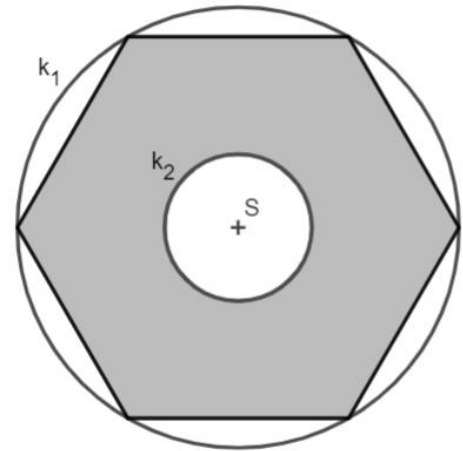
$$\alpha = \frac{l \cdot 360^\circ}{2\pi r} = \frac{1\,800 \cdot 360^\circ}{40\,000} = 16^\circ 12'$$

Poloměry svírají úhel o velikosti $16^\circ 12'$

Příklad 5

S4

Zinková matka má tvar podle obrázku a vznikla tak, že do kružnice $k_1(S; 3 \text{ cm})$ byl vepsán pravidelný šestiúhelník a do tohoto šestiúhelníku byl vyfrézován kruhový otvor $k_2(S; 1 \text{ cm})$. Jaká bude hmotnost 1000 kusů těchto matic, o tloušťce 7 mm , jestliže hustota zinku je 7130 kg/m^3 ? Výsledek uveďte v celých kilogramech. Hmotnost závitů zanedbáváme.



Řešení:

$$S_1 = \frac{3 \cdot \sqrt{3^2 - 1,5^2}}{2}$$

$$S_6 = 6 \cdot S_1 = 6 \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{3^2 - 1,5^2}}{2}$$

$$S_M = 6 \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{3^2 - 1,5^2}}{2} - \pi \cdot 1^2 = 20,24$$

$$V = S_M \cdot v = S_M \cdot 0,7 = 14,168 \text{ cm}^3$$

$$m_1 = V \cdot 7,13 = 14,168 \cdot 7,13 = 101,02 \text{ g}$$

$$m_{1000} = 101 \, 017 \text{ g} = 101 \text{ kg}$$

Hmotnost tisíce matic bude 101 kg.