

Krajský úřad Pardubického kraje - odbor školství  
Jednota českých matematiků a fyziků, pobočka Pardubice  
Střední škola automobilní Ústí nad Orlicí

29.3.2023

# SOUTĚŽNÍ ÚLOHY

38. ročník regionální matematické  
soutěže žáků středních odborných  
škol, středních odborných učilišť a  
integrovaných středních škol





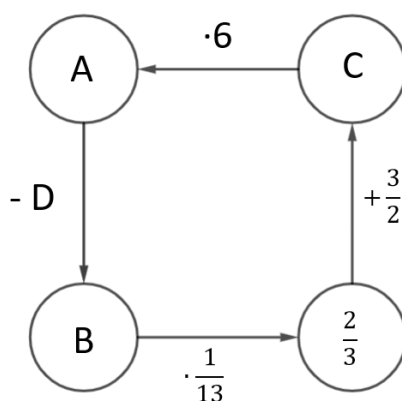
## Kategorie: U 1 pro žáky 1. ročníků učebních oborů

- 1) a) Zjednodušte výraz tak, aby neobsahoval závorky:

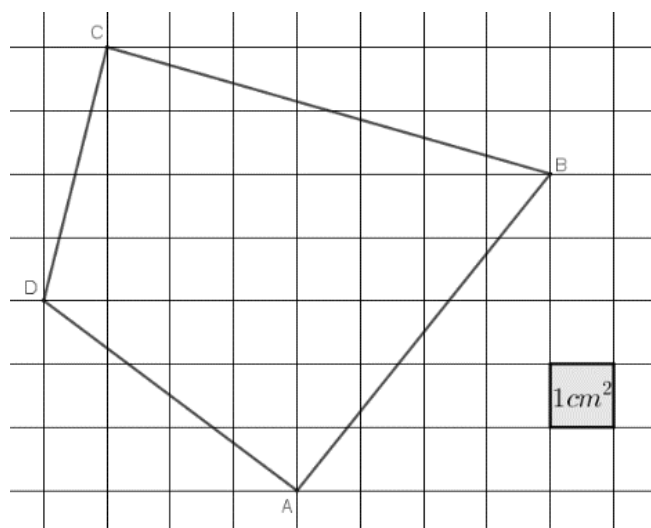
$$3a^2 - 5a + 5(1 + a - 2a^2) - (1 + a)(1 - a) =$$

- b) Upravte výraz na součin:  $a(2x - 7) + y(7 - 2x) =$

- 2) Tři modří papoušci sní  $3\text{ kg}$  zrní za 3 dny. Pět zelených papoušků sní  $5\text{ kg}$  zrní za 5 dní a sedm oranžových papoušků sní  $7\text{ kg}$  zrní za 7 dní. Kteří papoušci jsou „největší jedlíci“? Nebo sní všichni stejně?
- 3) Určete hodnotu písmen  $A, B, C, D$  tak, aby byly výpočty ve schématu správné.



- 4) Čtyři bývalí spolužáci jsou všichni učitelé, ale každý z nich vyučuje jiný předmět v jiném městě. Pepa učí češtinu a nejmenuje se Brož. Ota se jmenuje Smutný. Jiří učí v České Třebové a nejmenuje se Smrž. Smrž učí tělesnou výchovu. Novák učí v Chocni. V Ústí nad Orlicí působí učitel zeměpisu. Karel se jmenuje Smrž. Jaké je jméno a příjmení spolužáka, který učí v Pardubicích a jaký předmět vyučuje? Jaké je jméno a příjmení spolužáka, který učí matematiku a z jakého je města?
- 5) Ve čtvercové síti jsou v mřížkových bodech umístěny vrcholy čtyřúhelníku  $ABCD$
- a) Vypočítejte velikost úhlopříčky  $DB$ .
- b) Vypočítejte obsah čtyřúhelníku  $ABCD$ .



## Kategorie: U 2

### pro žáky 2. ročníků učebních oborů

- 1) Upravte výraz a udejte podmínky, kdy má výraz smysl:

$$\frac{m^2 - 25}{m^2 - 4} : \frac{m^2 - 5m}{m + 2} =$$

- 2) Z obdélníku jsme „odřízli“ dva rovnoramenné trojúhelníky, vzniklý lichoběžník má základny v poměru 3: 5. Jak velkou část plochy obdélníku zabírá šedá plocha?



- 3) Původní cena knihy byla 480 Kč. Antikvariát ji vykoupil za 240 Kč a prodal za 312 Kč. Za kolik procent původní ceny knihu koupili? Za kolik procent původní ceny knihu prodali? Kolik procent činil zisk z prodeje knihy?
- 4) Kolik celých otáček udělá kolo o průměru 120 *cm* na dráze dlouhé 1 *km*?
- 5) Je pět žákyň, každá chodí do jiné třídy. Každá žákyně má ráda jeden předmět a věnuje se jednomu sportu. Dívka, která hraje squash, má ráda matematiku a nechodí do 5. třídy. Doris je ve třetí třídě a Betty ráda běhá. Dívka, která ráda běhá, je ve druhé třídě. Dívka ve 4. třídě ráda plave a Elisabeth má ráda chemii. Alice je v 6. třídě a má ráda squash, ale ne zeměpis. Dívka, která má ráda chemii, ráda hraje basketbal. Dívka, která má ráda biologii, také ráda běhá. Clara má ráda dějepis, ale nerada hraje tenis. Do jaké třídy chodí která žákyně? Jaký má ráda předmět a sport?

## Kategorie: U 3

### pro žáky 3. ročníků učebních oborů

- 1) Vyřešte dvě rovnice o dvou neznámých:

$$\begin{array}{r} \frac{3x}{2} + \frac{1}{10} = 1 + \frac{y}{2} \\ x + y = 1 \end{array}$$

---

- 2) Číslo 72 zvětši o 25 %. O kolik procent budeš muset číslo, které ti vyšlo, zmenšit, abys opět dostal číslo 72?
- 3) Krychle a válec mají stejný osový řez – čtverec o straně délky 1 m. O kolik se liší objemy těchto těles?
- 4) Plášť fotbalového míče je tvořen 32 stěnami (20 pravidelných šestiúhelníků a 12 pravidelných pětiúhelníků). Kolik má těleso vrcholů?
- 5) Pět geologů se vydalo do různých oblastí, aby tam pátrali po nových nalezištích. Každý muž byl jiné národnosti a našel jiný druh nerostného bohatství v jiném typu krajiny: Australan zkoumal poušť. Naftu našel Američan. Železo bylo v horách. Zlato nenašel Australan. Angličan hledal v údolí řeky. Francouz narazil na diamanty. Diamanty nebyly na mořském dně. Odpovězte na tyto otázky: Co bylo v pralese? Kde se našly opály? Co bylo na mořském dně? Co objevil Švéd?

## Kategorie: S 1

### pro žáky 1. ročníků studijních oborů

- 1) Rodičům se narodilo pět dětí, vždy po třech letech jedno dítě. Nejstaršímu je sedmkrát více než let než nejmladšímu. Kolik let je prostřednímu dítěti (třetímu v pořadí)? V řešení sestavte rovnici.
- 2) **Rambo IX:** Akce! Tma, bouřka, silný déšť. Podminovaná lávka přes širokou rozvodněnou řeku. Dvoučlenné komando prozatím uspělo. Oba politici držení v zajetí teroristy byli osvobozeni. Ještě je třeba se dostat na druhou stranu lávky, která exploduje za 17 minut. Víc času není. Lávka je ale moc úzká a bambus víc jak dva lidi najednou neunes. A pak, je hrozná tma a oni mají jenom jednu baterku (asi nízkorozpočtový film). Bez baterky se lávka prostě přejít nedá, to by byla sebevražda. Oba komandos jsou celkem ve formě: první přeběhne lávku za 1 minutu, druhý za 2 minuty. Politici jsou na tom ale hůř: jeden přejde lávku za 5 a druhý za 10 minut. Přes lávku mohou jít jen dva najednou a ten rychlejší samozřejmě musí čekat na toho pomalejšího. Dá se to stihnout? Nebo to nebude americký happyend?
- 3) Pět kamarádů si koupilo pizzu o průměru 46 cm. Rozkrojili ji na pět stejných dílů. Jeden z nich nejí okraje pizzy. Tak okraj odkrojil tak, že mu zbyl maximální trojúhelník, který snědl. A protože měl rád matematiku, tak ho napadlo: Jaký obvod má odkrojená část, kterou nejedl?
- 4) Budova výšky  $v = 15\text{ m}$  je vzdálena  $d = 30\text{ m}$  od břehu řeky. Z vodorovné střechy této budovy je vidět šířku řeky pod úhlem  $\varphi = 15^\circ$ . Jak je řeka široká?
- 5) Sestrojte trojúhelník  $MNP$ , je-li dán poloměr kružnice opsané  $r = 4\text{ cm}$ , délka strany  $p = 5\text{ cm}$  a výška  $v_p = 5,5\text{ cm}$ . Proveďte rozbor (náčrtek), postup a konstrukci.

**Kategorie: S 2**  
**pro žáky 2. ročníků studijních oborů**

1) Pro  $x \neq 0$  vynásobte výrazy  $V_1 = 3x^2 + \frac{2x}{4}(2 - x) - \frac{3}{x^3}$  a  $V_2 = 4x^3 - 2x + \frac{3}{x}$

2) Narýsujte do jednoho obrázku grafy funkcí  $f$  a  $g$ .

$$f: y = \frac{3}{2}x - 1; x \in (-2; 4)$$

$$g: y = -\frac{1}{2}x$$

3) Velikost výšky a základů lichoběžníku jsou v poměru 2:3:5, obsah obrazce je  $2048 \text{ cm}^2$ . Určete velikosti obou základů a výšky.

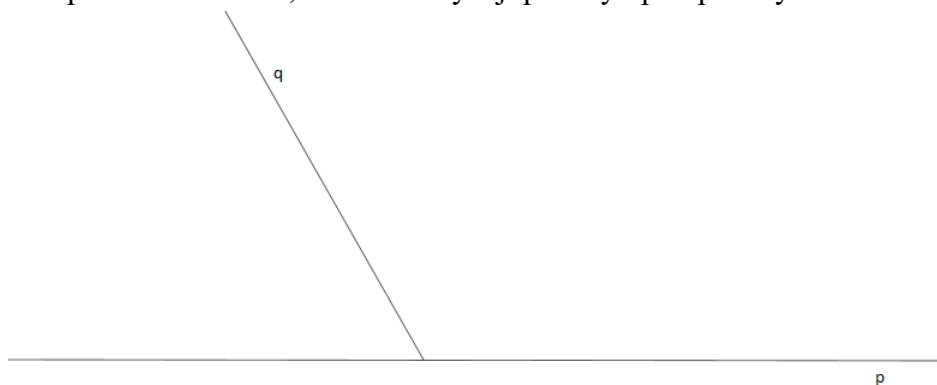
4) Řešte v  $\mathbb{R}$  rovnici:

$$\frac{3x - 10}{x - 3} - \frac{8 - 4x}{4x - 12} = 4$$

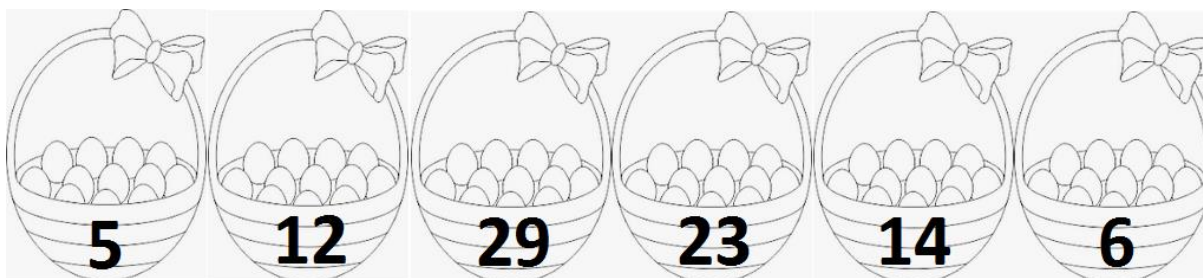
5) Chlapec pravil: „Mám tolik bratrů co sester.“ Jeho sestra odpověděla: „Mám třikrát tolik bratrů co sester.“ Kolik bylo chlapců a kolik bylo děvčat

### Kategorie: S 3 pro žáky 3. ročníků studijních oborů

- 1) V množině přirozených čísel řešte nerovnici:  $-4(3 - x)^2 \geq 11x - 33$
- 2) Je dána přímka  $p$  a polopřímka  $q$ , která svírá s přímkou  $p$  úhel  $120^\circ$ . Sestrojte všechny kružnice s poloměrem  $2\text{ cm}$ , které se dotýkají přímky i polopřímky.



- 3) V této posloupnosti:  $2, \dots, \dots, \dots, 500$  chybí tři čísla. Víme, že každé číslo je součinem dvou předcházejících. Jaký je součin tří zbývajících čísel?
- 4) Ze dvou podobných trojúhelníků má jeden obvod  $48\text{ cm}$ , strany druhého jsou po řadě o  $6\text{ cm}$ ,  $8\text{ cm}$ ,  $10\text{ cm}$  větší než strany prvního trojúhelníku. Vypočítejte délky stran obou trojúhelníků.
- 5) Košíky na obrázku obsahují vejce. V některých jsou slepičí, v jiných kachní. Na každém košíku je vyznačen jejich počet. „Prodám-li tento košík kachních vajec,“ přemýšlí prodavač, „zůstane mi slepičích vajec právě dvakrát tolik co kachních.“
- Který košík má na mysli?
  - Kolik měl kachních a kolik slepičích vajec?

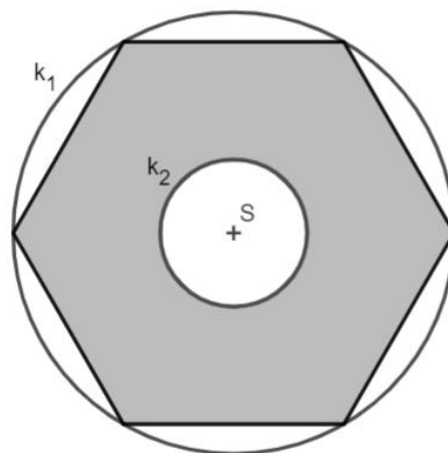




## Kategorie: S 4

### pro žáky 4. ročníků studijních oborů

- 1) Tři cestovatelé a tři jejich sluhové byli na výpravě po Indii. Jedno dne večer se šel ještě jeden z cestovatelů projít ven, když zaslechl, jak se sluhové radí, že své pány přepadnou, zabijí a okradou. Jen musí počkat, až se nějakou náhodou cestovatelé rozdělí, aby sluhů na ně bylo víc. Cestovatelé totiž byli dobře ozbrojeni. Když to vyslechl, vrátil se zpět a než aby tropil rozruch, nechal si to pro sebe a dával jen pozor, aby se nikdy nerozdělili. Jenže druhého dne došli k řece, kterou bylo nutné překonat. Do pramice, jenž byla přivázána u břehu, se však vešli jen dvě osoby. Jak to jen zařídit, aby ani na chvíli nebyl počet sluhů na kterémkoliv z břehů větší než počet cestovatelů?
- 2) V  $\mathbb{R}$  vyřešte rovnici:  $7^{2y} = 6 + 7^{2y-1}$
- 3) Je dána funkce  $f: y = -2x^2 - 10x - 8$ . Vypočítejte obsah trojúhelníku, jehož vrcholy jsou v průsečících grafu funkce  $f$  s osami souřadnic.
- 4) Předpokládejme, že Země je koule. Rovník je dlouhý 40 000 km. Vzdálenost mezi Paříží a Bukureští je 1 800 km. Jak velký úhel svírají poloměry zeměkoule, procházející těmito dvěma městy?
- 5) Zinková matka má tvar podle obrázku a vznikla tak, že do kružnice  $k_1(S; 3\text{ cm})$  byl vepsán pravidelný šestiúhelník a do tohoto šestiúhelníku byl vyfrézován kruhový otvor  $k_2(S; 1\text{ cm})$ . Jaká bude hmotnost 1000 kusů těchto matic, o tloušťce 7 mm, jestliže hustota zinku je  $7130\text{ kg/m}^3$ ? Výsledek uveďte v celých kilogramech. Hmotnost závitů zanedbáváme.



## Kategorie: N 1

### pro žáky 1. ročníků nástavbového studia

- 1) Johanka dostala k narozeninám dárkovou krabici s malými a chutnými čokoládami. Při oslavě narozenin jich třetinu rozdala a sama dvě snědla. Další den ve škole rozdala spolužákům osm čokolád, takže jí v krabici zbyla jen čtvrtina původního počtu. Kolik čokolád bylo v plné krabici?
- 2) Vyřešte početně i graficky soustavu rovnic
$$\begin{array}{r} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{array}$$
- 3) Do kružnice o poloměru  $3\text{ cm}$  je vepsán obdélník  $ABCD$ . Středů jeho stran jsou  $I, J, K, L$ . Jaký je obvod čtyřúhelníku  $IJKL$ ?
- 4) Najdi délku hrany  $a$ , pokud víš, že při výpočtu objemu pravidelného šestistěnu (krychle) s touto hranou, vyjde stejné číslo, jako při výpočtu obvodu podstavy pravidelného čtyřstěnu (pravidelný trojboký jehlan).
- 5) Na venkově vedle sebe leží pět farem. Každou farmu vlastní jiný z pěti mužů, každý z nich jiného psa, pěstuje právě jinou plodinu a chová jiný druh hospodářských zvířat. Navíc každý muž využívá ke své práci na farmě jiný dopravní prostředek. Odpovězte na tři otázky, pokud víte následující: Brixův pán chová kozy. Traktorista chová kozy. Majitel Bena pěstuje mrkev. Cyril řídí dodávku. Chovatel ovcí nejezdí traktorem. Řidič pick-upu pěstuje víno. Bonifácův pes je Brix. Albrecht chová ovce. Baxův pán se jmenuje Dařbuján. Řidič jeepu chová prasata. Pěstitel vína nechová prasata. Chovatel koní má psa Bulla. Pěstitel brambor řídí jeep. Chmel je svážen nákladákem. Evžen pěstuje chmel. Otázky: Kdo chová krávy? Kdo pěstuje mák? Čí je Brok?

## Kategorie: N 2

### pro žáky 2. ročníků nástavbového studia

- 1) Zkraťte výraz a udejte podmínky, kdy má výraz smysl:

$$\frac{11 + 33x}{6 + 19x + 3x^2} =$$

- 2) Úloha z Číny: Pán dá sluhovi 30 penízů, aby za ně nakoupil 30 ptáků. Páv stojí 3 peníze, bažant 2 a holub  $\frac{1}{2}$  peníze. Co sluha nakoupil? Uveď všechny možnosti.
- 3) Slavná Fibonacciho posloupnost 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... začíná dvěma jedničkami, a pak je vždy následující člen roven součtu dvou předcházejících členů. Která z číslic 0, 1, ... 9 se objeví ve členech Fibonacciho posloupnosti na místě jednotek jako poslední?
- 4) Jakou velikost má tětiva, která přísluší středovému úhlu  $120^\circ$  v kružnici o poloměru 20 cm.
- 5) Jednoho dne si dva turisté vyrazili na špacír. Z chaty vyrazili ve tři hodiny odpoledne a první úsek cesty šli po rovině rychlostí 4 kilometry za hodinu. Po nějakém čase dorazili k úpatí hory a začali šplhat nahoru (rychlostí 3 km/h). Když se dostali až nahoru, zjistili, že už je pozdě a báli se, aby dostali večeři. Proto se nezdržovali a hned se vydali stejnou cestou nazpět. Z kopce šli rychlostí 6 km/h, a pak po rovině (stejně jako prvně) 4 km/h. Na chatu se vrátili až v devět večer, a tak už jim kuchařka opravdu nic nedala. Otázkou je, kolik za svůj výlet ušli kilometrů?

