

Příklad 1

S4

10 b.

Vypočítejte obsah rovnoběžníku, jestliže má stranu $a = 52 \text{ cm}$, úhlopříčku $u = 63 \text{ cm}$ a úhel proti úhlopříčce u je $\beta = 56^\circ 28'$.

Řešení:

Vypočítáme úhly v trojúhelníku ABC a stranu b .

$$\frac{\sin \varepsilon}{52} = \frac{\sin 56^\circ 28'}{63}$$

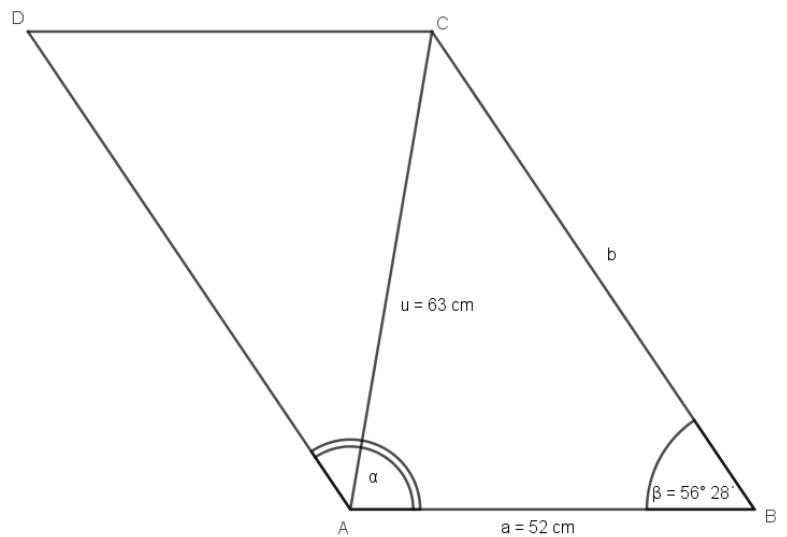
$$\varepsilon = 43^\circ 28'$$

$$\varphi = 180^\circ - 43^\circ 28' - 56^\circ 28'$$

$$\varphi = 80^\circ 4'$$

$$\frac{\sin 80^\circ 4'}{b} = \frac{\sin 56^\circ 28'}{63}$$

$$b = 74,45 \text{ cm}$$



Vypočítáme obsah rovnoběžníku $ABCD$.

$$S = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

$$S = 52 \cdot 74,45 \cdot \sin(43^\circ 28' + 80^\circ 4')$$

$$\underline{\underline{S = 3227,06 \text{ cm}^2}}$$

Příklad 2

S4

10 b.

Vyřešte v \mathbb{R} rovnici:

$$\log_6(x + 2) = 2 \cdot \log_6(4 - x)$$

Řešení:

$$\log_6(x + 2) = 2 \cdot \log_6(4 - x)$$

$$\log_6(x + 2) = \log_6(4 - x)^2$$

$$x + 2 = 16 - 8x + x^2$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$D = 25$$

$$x_1 = 7$$

$$x_2 = 2$$

Podmínky:

$$x > -2 \wedge x < 4$$

$$\mathbf{K = \{2\}}$$

Příklad 3

S4

10 b.

Tenisové míčky jsou baleny tak, že jsou natěsnány do plechovky tvaru válce, odpovídající jejich průměru, za sebou. Prodávají se po dvou, po třech nebo po čtyřech. Jaký je poměr objemů míčků a volného prostoru v plechovce v každé variantě balení.

Řešení:

Plechovka se dvěma míčky:

$$\frac{V_2}{V} = \frac{2 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3}{\pi r^2 \cdot 4r} = \frac{2}{3}$$

Plechovka se třemi míčky:

$$\frac{V_3}{V} = \frac{3 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3}{\pi r^2 \cdot 6r} = \frac{2}{3}$$

Plechovka se 4 míčky:

$$\frac{V_4}{V} = \frac{4 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3}{\pi r^2 \cdot 8r} = \frac{2}{3}$$

Příklad 4

S4

10 b.

Upravte výraz a udejte podmínky, kdy má výraz smysl:

$$\left(\frac{1}{2x-y} + \frac{3y}{y^2-4x^2} - \frac{2}{2x+y}\right) : \left(\frac{4x^2+y^2}{4x^2-y^2} + 1\right)$$

Řešení:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1}{2x-y} + \frac{3y}{y^2-4x^2} - \frac{2}{2x+y}\right) : \left(\frac{4x^2+y^2}{4x^2-y^2} + 1\right) = \\ &= \frac{-(y+2x) + 3y - 2(y-2x)}{(y-2x)(y+2x)} \cdot \frac{(2x-y)(2x+y)}{4x^2+y^2+4x^2-y^2} = \\ &= \frac{-y-2x+3y-2y+4x}{(y-2x)} \cdot \frac{-(y-2x)}{8x^2} = \frac{-2x}{8x^2} = \frac{-1}{4x} \end{aligned}$$

Podmínky:

$$y \neq \pm 2x,$$

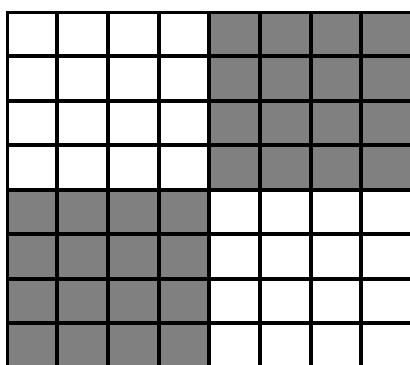
$$x \neq 0$$

Příklad 5

S4

10 b.

Každé políčko v síti 8×8 je vybarveno bíle nebo černě. Kolik je na obrázku čtverců složených z políček této sítě, které mají stejný počet bílých i černých políček?



Řešení:

Čtverce 2×2 13

Čtverce 4×4 9

Čtverce 6×6 5

Čtverce 8×8 1

$$13 + 9 + 5 + 1 = \mathbf{28}$$

Celkem je na obrázku 28 čtverců dané vlastnosti.