

N2 / 1**Celkem 10 b.**Upravte daný výraz, udejte podmínky řešení a správnost ověřte dosazením $x = 0$:

$$\left(\frac{x+2}{x-2} + \frac{2}{x^2-4} - \frac{x}{x+2}\right) \cdot \left(2 - \frac{x+4}{x+1}\right) =$$

Řešení:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x+2}{x-2} + \frac{2}{x^2-4} - \frac{x}{x+2}\right) \cdot \left(2 - \frac{x+4}{x+1}\right) = \\ & = \left(\frac{x+2}{x-2} + \frac{2}{(x-2) \cdot (x+2)} - \frac{x}{x+2}\right) \cdot \left(\frac{2x+2-x-4}{x+1}\right) = \\ & = \left(\frac{(x+2)^2 + 2 - x \cdot (x-2)}{(x-2) \cdot (x+2)}\right) \cdot \left(\frac{x-2}{x+1}\right) = \\ & = \left(\frac{x^2 + 4x + 4 + 2 - x^2 + 2x}{(x+2)}\right) \cdot \frac{1}{x+1} = \\ & = \frac{6x+6}{(x+2)} \cdot \frac{1}{x+1} = \frac{6(x+1)}{(x+2)} \cdot \frac{1}{x+1} = \frac{6}{x+2} \end{aligned}$$

Podmínky:

$$\begin{aligned} x &\neq \pm 2 \\ x &\neq -1 \end{aligned}$$

Ověření pro $x = 0$:

$$\text{Do zadání: } \left(-1 - \frac{1}{2} - 0\right) \cdot (2 - 4) = -\frac{3}{2} \cdot (-2) = 3$$

$$\text{Do výsledku: } \frac{6}{2} = 3$$

N2 / 2

Celkem 10 b.

Který konvexní n -úhelník má alespoň dvakrát více úhlopříček, než stran?

Řešení:

Počet úhlopříček v n -úhelníku je $x = \frac{1}{2}n(n - 3)$

$$x \geq 2n$$

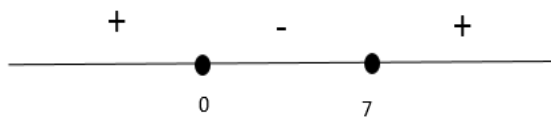
$$\frac{1}{2}n(n - 3) \geq 2n$$

$$n(n - 3) \geq 4n$$

$$n^2 - 3n - 4n \geq 0$$

$$n^2 - 7n \geq 0$$

$$n(n - 7) \geq 0$$



$$n \in (-\infty; 0) \cup \langle 7; \infty)$$

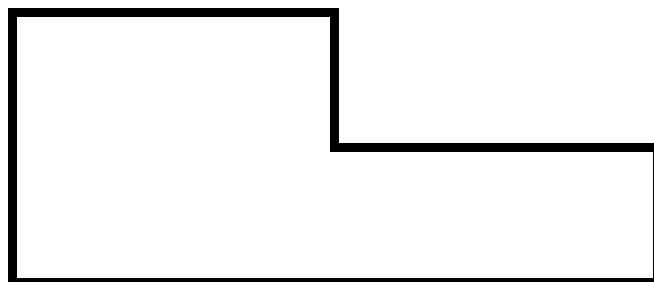
Zároveň platí $n > 3 \Rightarrow n \in \langle 7; \infty)$

Odpověď: Alespoň dvakrát více úhlopříček mají n -úhelníky, kde $n \geq 7$.

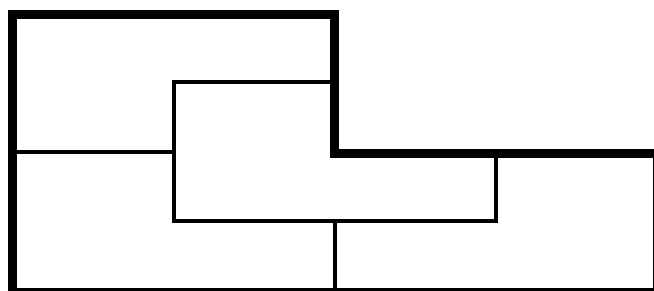
N2 / 3

Celkem 10 b.

Otec odkázal čtyřem synům zahradu (viz. obr.). Pozemek je tvaru obdélníku, ze kterého chybí čtvrtina. Každý syn musí dostat díl se stejným obsahem i obvodem. Jak takový pozemek rozdělíte na čtyři stejné části?



Řešení:



N2 / 4

Celkem 10 b.

Je dána rovnice $x^2 + 5x - 24 = (x - m) \cdot (x - n)$ s neznámou $x \in \mathbb{R}$. Jaká je hodnota $m + n$?

Řešení:

Kořeny rovnice $x^2 + 5x - 24 = 0$:

$$D = 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 25 + 96 = 121$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 11}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = -8$$

Rozložení na součin

$$x^2 + 5x - 24 = (x - 3) \cdot (x + 8)$$

$$m = 3$$

$$n = -8$$

Součet

$$m + n = 3 - 8 = -5$$

N2 / 5

Celkem 10 b.

Dvě dílny měly společně vyrobit 40000 kusů součástek. Po splnění tohoto úkolu bylo zjištěno, že první dílna vyrobila o 5340 kusů více, než pro ni bylo původně stanoveno a druhá dílna splnila svůj úkol pro poruchu stroje pouze na 80 %. Kolik součástek každá dílna skutečně vyrobila?

Řešení:

První dílna x součástek, druhá dílna y součástek

Měly vyrobit $x + y = 40000 \quad \Rightarrow x = 40000 - y$

Skutečnost $(x + 5340) + \frac{80}{100}y = 40000$

$$(40000 - y + 5340) + \frac{8}{10}y = 40000$$

$$40000 - 10y + 53400 + 8y = 40000$$

$$2y = 53400$$

$$y = 26700$$

$$x = 40000 - 26700 = 13300$$

První dílna ve skutečnosti vyrobila $x + 5340 = 13300 + 5340 = 18640$ součástek.

Druhá dílna ve skutečnosti vyrobila $\frac{8}{10}26700 = 21360$ součástek.