

S1 / 1

Celkem 10 b.

Trojmístné číslo X je zapsáno číslicemi 1, 2, 3 (v určitém pořadí), trojmístné číslo Y číslicemi 4, 5, 6 (v určitém pořadí). Víme, že číslo $X+Y$ je sudé a že druhá číslice čísla X je 2. Jaká je poslední číslice čísla $X \cdot Y$?

Řešení:

Druhá číslice čísla X je 2:

$$X = 123 \quad \text{nebo} \quad X = 321$$

Aby součet čísel byl sudý, musí být číslo Y liché a tedy poslední číslice čísla Y musí být 5.

Při násobení:

123	nebo	321
<u>.**5</u>		<u>.**5</u>
5		5

Odpověď: Poslední číslice součinu $X \cdot Y$ je 5.

S1 / 2

Celkem 10 b.

Do konce dne zbývá sedm pětín doby, která již dnes uplynula. Kolik je právě hodin?

Řešení:

Uplynulo již x hodin, zbývá ještě $\frac{7}{5}x$ hodin

$$x + \frac{7}{5}x = 24$$

$$\frac{12}{5}x = 24$$

$$x = \frac{24 \cdot 5}{12}$$

$$x = 10$$

Nyní je právě 10 hodin.

S1 / 3

Celkem 10 b.

Řešte rovnici v $\mathbb{R}$:

$$\frac{3+2x}{2} - \left(\frac{7}{6} - \frac{12x-1}{3} \right) = 5x$$

Řešení:

$$\frac{3+2x}{2} - \left(\frac{7}{6} - \frac{12x-1}{3} \right) = 5x$$

$$\frac{3+2x}{2} - \frac{7}{6} + \frac{12x-1}{3} = 5x$$

$$3(3+2x) - 7 + 2(12x-1) = 30x$$

$$9 + 6x - 7 + 24x - 2 = 30x$$

$$30x = 30x$$

$$0 = 0$$

$$\mathbf{K} = \mathbb{R}$$

Sestrojte kružnici vepsanou trojúhelníku ABC , $a = 12,5 \text{ cm}$, $b = 11 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$. Zapište postup konstrukce.

Řešení:

Návod na možné hodnocení:

- *Správnost konstrukce (osy úhlů, body dotyku)*
- *přesnost konstrukce*
- *zápis postupu konstrukce*
- *použití čar*
- *označení objektů*

Při konstrukci kružnice vepsané postupujeme tak, že nejprve sestrojíme samotný trojúhelník a následně hledáme jeho střed (průsečík os vnitřních úhlů) a poloměr (vzdálenost středu ke stranám).

Náčrt a analýza

- **Strany:** $a=12,5 \text{ cm}$, $b=11 \text{ cm}$, $c=6 \text{ cm}$.
- **Podmínka existence:** Součet dvou kratších stran ($6+11=17$) je větší než strana nejdelší ($12,5$), trojúhelník lze sestrojit.
- **Střed kružnice vepsané (S):** Leží v průsečíku os vnitřních úhlů.
- **Poloměr (r):** Kolmá vzdálenost středu S od libovolné strany trojúhelníku.

Postup konstrukce (např.)

1. **Úsečka AB:** $|AB| = c = 6 \text{ cm}$.
2. **Bod C:** Sestrojíme jej jako průsečík dvou kružnic:
 - $k_1(A; r = b = 11 \text{ cm})$
 - $k_2(B; r = a = 12,5 \text{ cm})$
3. **Trojúhelník ABC:** Spojíme body A, B, C.
4. **Osa úhlu α (o_α):** Sestrojíme osu vnitřního úhlu u vrcholu A.
5. **Osa úhlu β (o_β):** Sestrojíme osu vnitřního úhlu u vrcholu B.
6. **Střed S:** Průsečík os o_α a o_β ($S \in o_\alpha \cap o_\beta$).
7. **Bod dotyku T:** Sestrojíme kolmici z bodu S na stranu c (úsečku AB). Patu kolmice označíme T.
8. **Kružnice vepsaná k:** Sestrojíme kružnici se středem S a poloměrem $r=|ST|$.

S1 / 5

Celkem 10 b.

Kanadský hokejový brankář chytil v zápase se Švédskem 34 střel, což bylo 85% všech střel na jeho branku. Švédský brankář chytil jen 80% všech střel vystřelených na branku, přesto Švédsko vyhrálo rozdílem jedné branky. Jaké bylo skóre Švédsko – Kanada? Kolik střel švédský brankář chytil?

Řešení:

↑ 34 střel	85%	↑
x střel	100 %	

$$x = \frac{100}{85} \cdot 34 = 40 \text{ střel}$$

Kanada dostala $40 - 34 = 6$ gólů

Švédsko vyhrálo rozdílem jedné branky, dostalo tedy 5 gólů

Švédský brankář chytil 80 % střel, nechtyl tedy 20% střel

↑ 5 střel	20%	↑
x střel	80 %	

$$x = \frac{5 \cdot 80}{20} = 20 \text{ střel}$$

Odpověď: Skóre Švédsko – Kanada bylo 6:5. Švédský brankář chytil 20 střel.