INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Technická mechanika - Statika

Elektronická učebnice

Ing. Jaromír Petr

Tento materiál byl vytvořen v rámci projektu CZ.1.07/1.1.07/03.0027
Tvorba elektronických učebnic

VOŠ, SOŠ A SOU KOPŘIVNICE

OBSAH

1 Statika tuhých těles

1.1 Co je statika?

Statikou rozumíme část mechaniky, která zkoumá podmínky rovnováhy tuhých těles (a soustav těles), které se nacházejí pod působením vnějších sil.

Ve statice řešíme dva typy úloh:

- nahrazení soustavy sil jedinou silou, takzvanou výslednicí sil
- řešení rovnováhy dané soustavy sil

1.2 K čemu nám slouží statika?

Pomocí statiky zjišťujeme silové zatížení konstrukčních součástí, konstrukcí a vlastně řešíme, jak se chovají jednotlivé části konstrukce pod silovým zatížením sil.

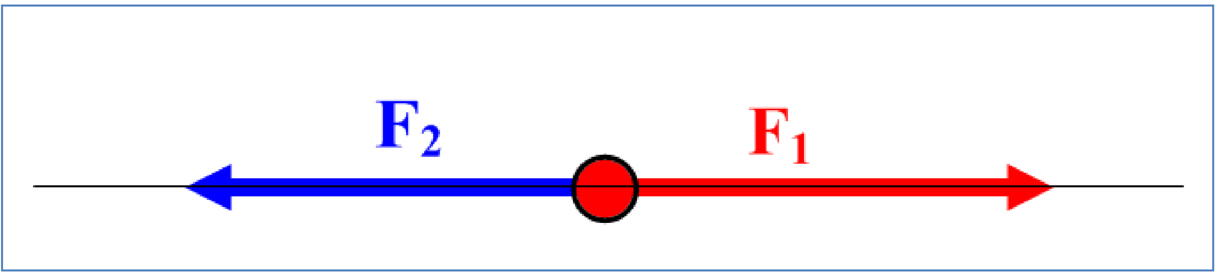
1.3 Základní axiomy statiky.

- První axiom.

Dvě síly, které působí na těleso, jsou v rovnováze pouze tehdy, jestliže jsou

- stejně velké
- působí na jedné nositelce
- mají opačný směr působení

První axiom - grafické znázornění

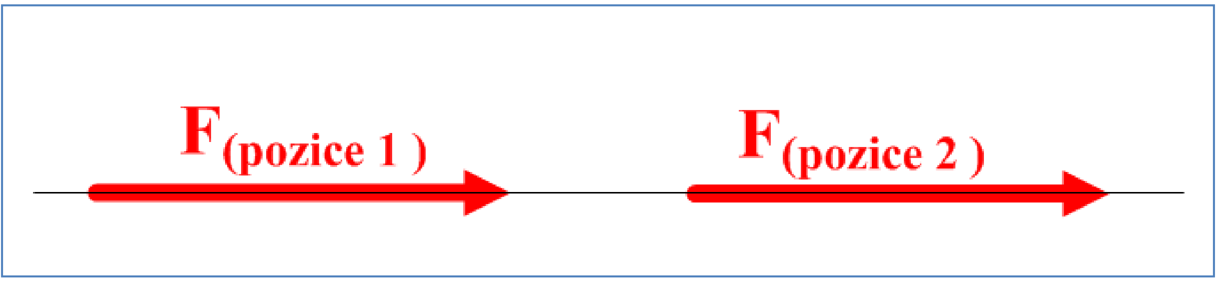


- Druhý axiom.

Pohybový stav tuhého tělesa se nezmění, jestliže k němu přidáme (anebo odebereme) soustavu sil, která je v rovnováze.

Jinými slovy – sílu můžeme po její nositelce libovolně posouvat, aniž se změní její účinek.

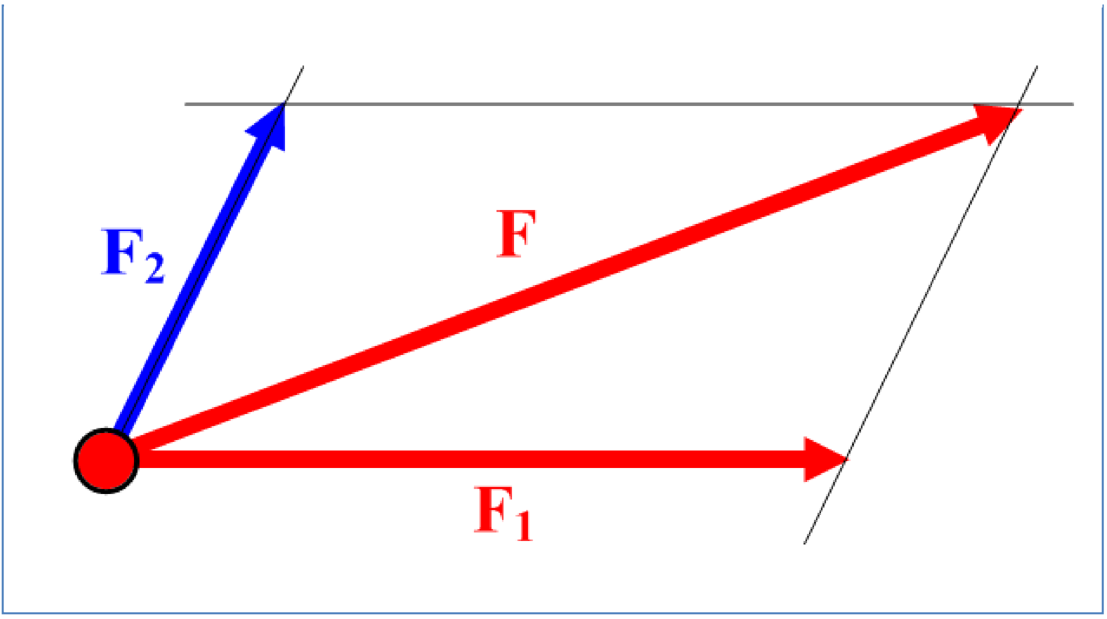
Druhý axiom - grafické znázornění



- Třetí axiom.

Dvě různoběžné síly lze nahradit jedinou silou, která je dána úhlopříčkou rovnoběžníka, který je sestrojen na těchto silách.

Třetí axiom - grafické znázornění



TEORIE

1.4 Síla. Určení síly.

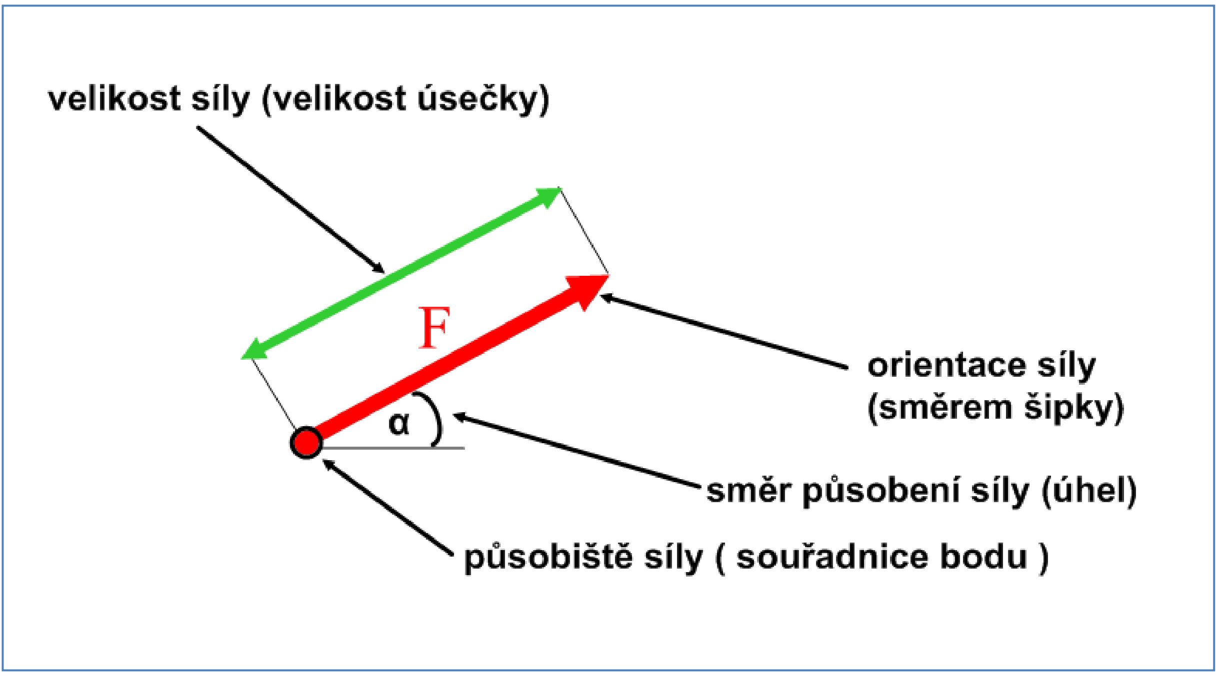
1.4.1 Síla.

Síla je základní veličinou statiky.

Pro její dokonalé určení potřebujeme znát:

- velikost síly (danou velikostí úsečky)
- směr působení síly (směr je daný velikostí úhlu nositelky, na které síla působí)
- orientací síly (směrem působení na nositelce)
- působištěm síly (bod, odkud síla působí)

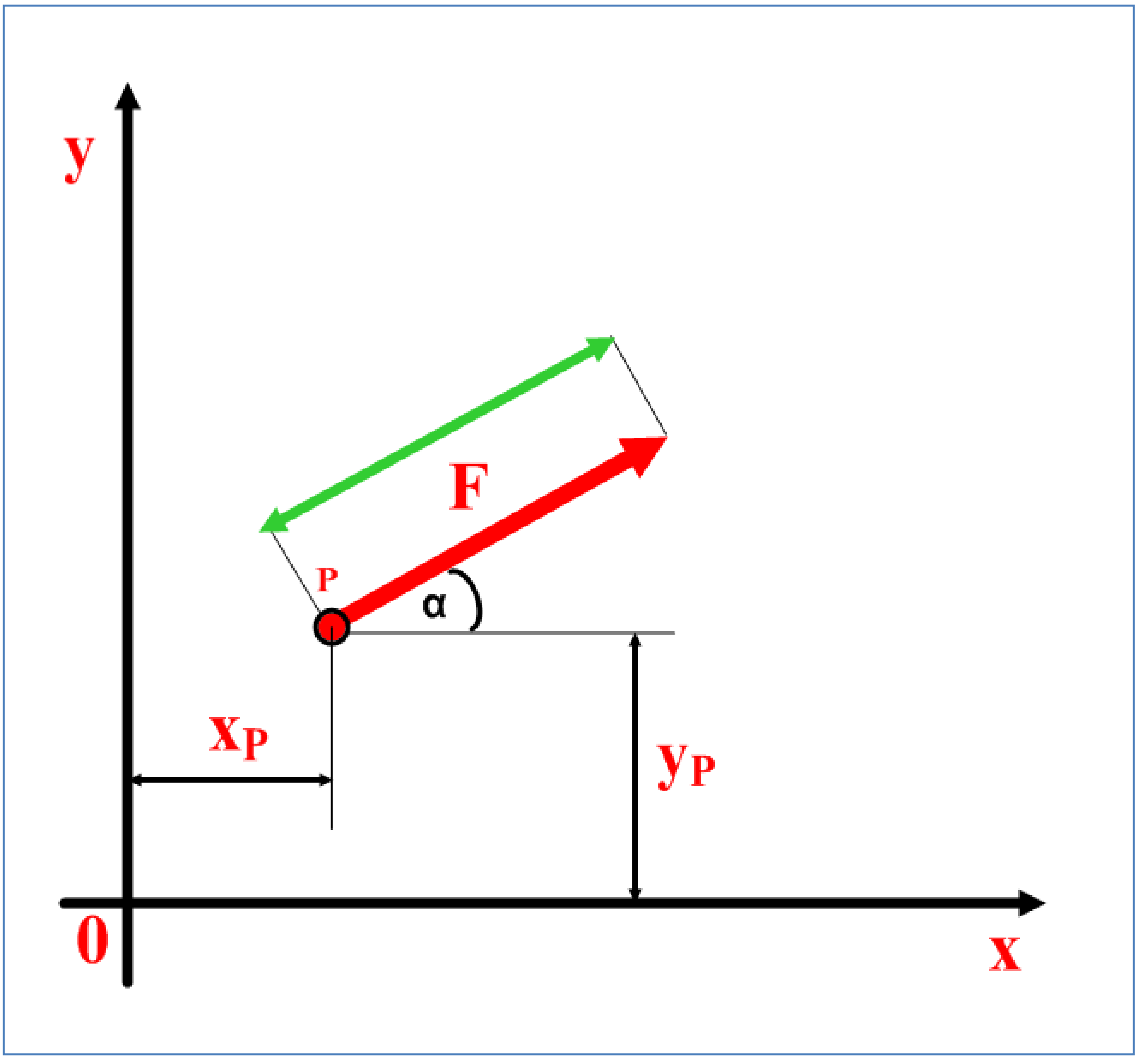
Grafické znázornění síly



1.4.2 Určení síly.

Pro definitivní určení síly používáme pravoúhlý souřadný systém X-0-Y.

Pravoúhlý souřadný systém X-0-Y



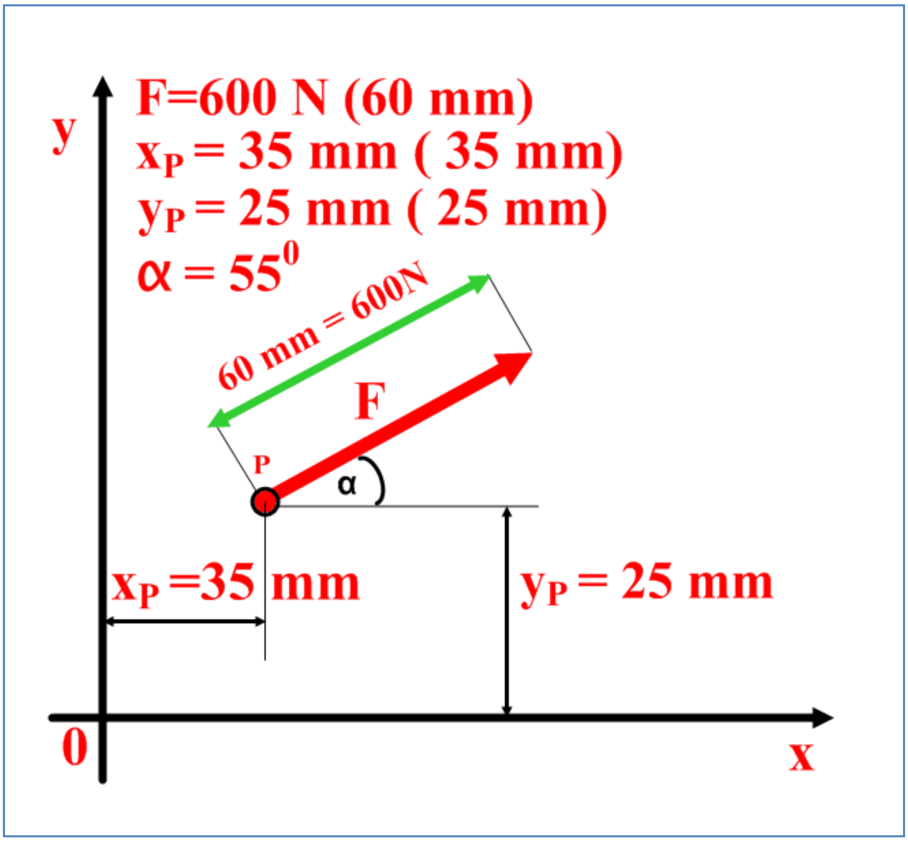
1.4.2.1 Určení síly – příklad

Zadání: Do pravoúhlého souřadného systému X-0-Y zakreslete sílu F.
F = 600 N
úhel alfa = 55^0
X_P = 35 mm
Y_P = 25 mm

Postup řešení:

1. Sestrojíme pravoúhlý souřadný systém X-0-Y
2. Zvolíme si měřítko délek (vhodné k dostatečně velkému zobrazení)
3. Vyneseme souřadnice působiště P
4. Působištěm P vedeme pod úhlem alfa nositelku síly (přímka)
5. Zvolíme si měřítko síly (vhodné k dostatečně velkému zobrazení)
6. Na nositelku síly sestrojíme od působiště F sílu F

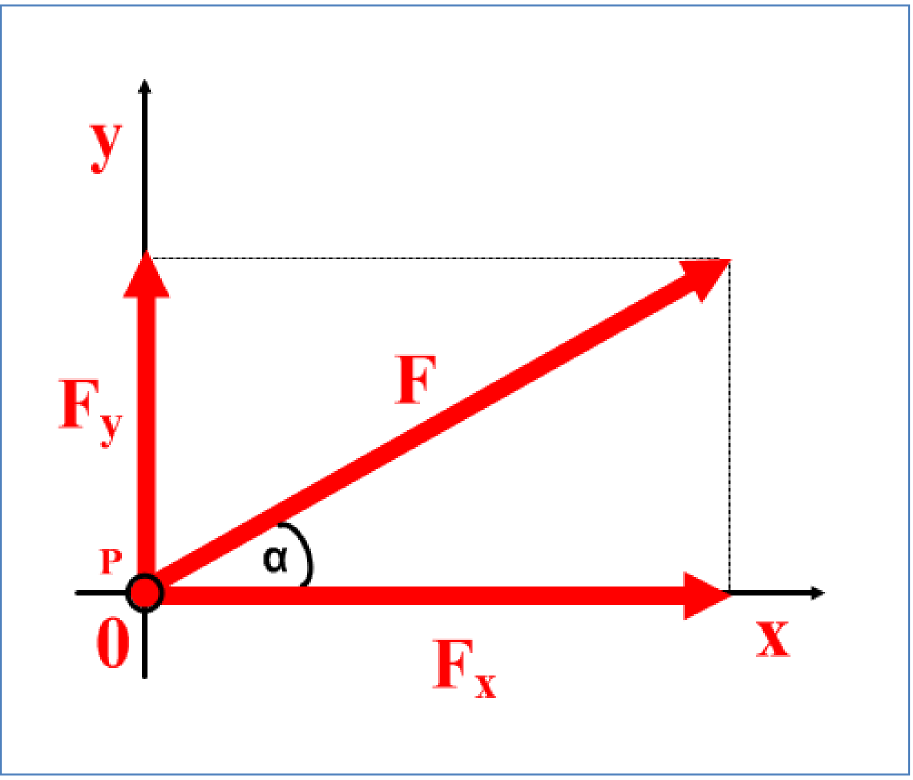
Příklad 1- Určení síly



1.5 Rozklad síly

Každou sílu lze rozložit do dvou složek (v libovolném směru), ale nejčastěji sílu rozkládáme do dvou složek F_x a F_y (navzájem k sobě kolmých), které působí ve směru souřadných os X a Y.

Rozklad síly F



Výpočet složek F_x a F_y vychází z trigonometrie pravoúhlého trojúhelníka.

$$\cos \alpha = F_x / F \Rightarrow F_x = F \times \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = F_y / F \Rightarrow F_y = F \times \sin \alpha$$

PŘÍKLAD

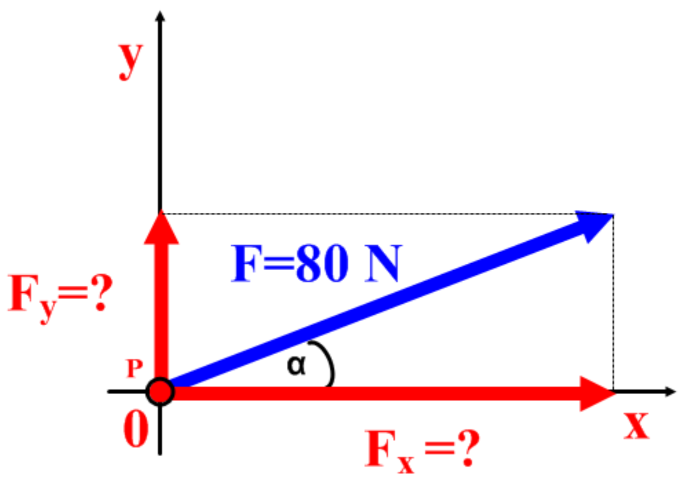
1.5.1 Rozklad síly – příklad

Zadání: Zjistěte velikost složek F_x a F_y, které působí ve směru souřadnicových os X a Y (viz obr.)

F = 80 N $\alpha = 40^0$

$F_x = ?$ $F_y = ?$

Rozklad síly F



$$\cos\alpha = F_x / F \Rightarrow F_x = F \times \cos\alpha$$

$$\sin\alpha = F_y / F \Rightarrow F_y = F \times \sin\alpha$$

TIP!

Pomůcka.

Zapamatujte si, že

- složky sil F_x jsou vázány na funkci úhlu cosinus!
- složky sil F_y jsou vázány na funkci úhlu sinus!

Výpočet: Výpočet provedeme dosazením zadaných hodnot do výše uvedených vzorců.

Výsledek: $F_x = 61{,}28$ N

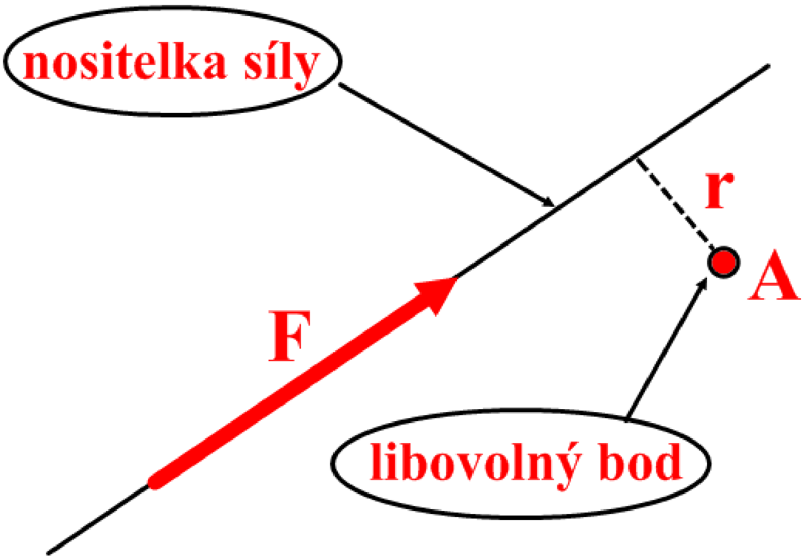
$F_y = 51{,}42$ N

TEORIE

1.6 Moment síly.

Síla F vytváří ke každému bodu, který neleží na její nositelce, točivý účinek, který se vyjadřuje momentem M.

Moment síly

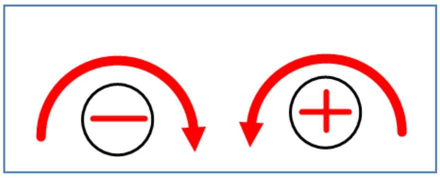


$$M = F \times r \quad (N.m)$$

M... moment síly (N.m)
F... síla (N)
r... rameno síly (m)

Moment síly je vektor,
proto musíme znát kromě
jeho velikosti také směr působení.

Směr působení momentů



Zapamatujte si, že v případě, kdy moment působí <u>proti směru hodinových ručiček, je kladný</u> a v případě, že působí ve směru hodinových ručiček, je záporný.

TIP!

1.7 Moment soustavy sil

Soustavou sil rozumíme dvě a více sil, které působí na těleso.

Moment soustavy sil - je výsledný moment všech sil, který působí na těleso.

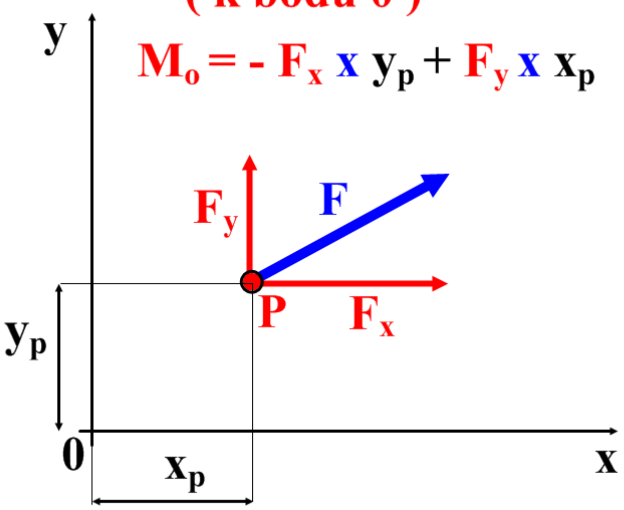
Moment soustavy sil.

$$M_A = \Sigma\, F_i \times r_i$$

M_A .... výsledný moment soustavy sil k bodu A (N m)
F_i ....velikosti jednotlivých sil (N)
r_i .....kolmé vzdálenosti sil F_i od daného bodu A (m)

Moment soustavy dvou sil
(k bodu 0)

$$M_o = - F_x \times y_p + F_y \times x_p$$



1.7.1 Moment soustavy sil – příklad

Zadání: Napište vzorec(obecně) pro výpočet výsledného momentu, který vytváří soustava 5 sil (F_1 až F_5) k bodu B. Vše dle obrázku.

$M_B = ?$

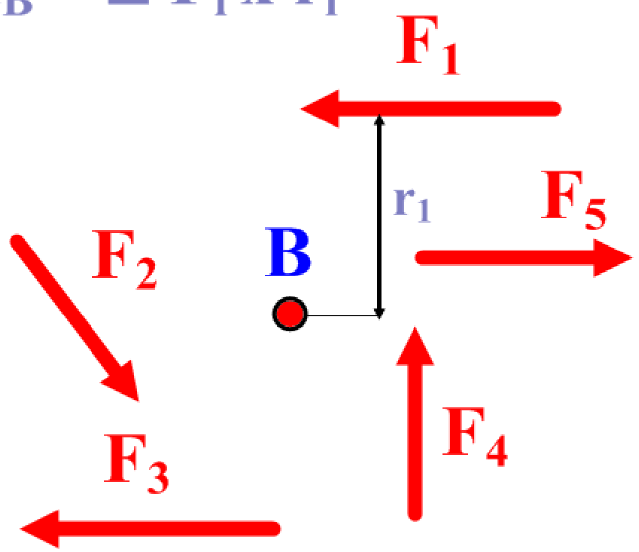
Poznámka: Doplňte si sami kolmé vzdálenosti (ramena) od jednotlivých sil k bodu B. (r_2 až r_5). Rameno r_1 je v obrázku zakresleno jako vzor.

Moment soustavy sil

Moment soustavy sil.

(k bodu B)

$$M_B = \Sigma F_i \times r_i$$



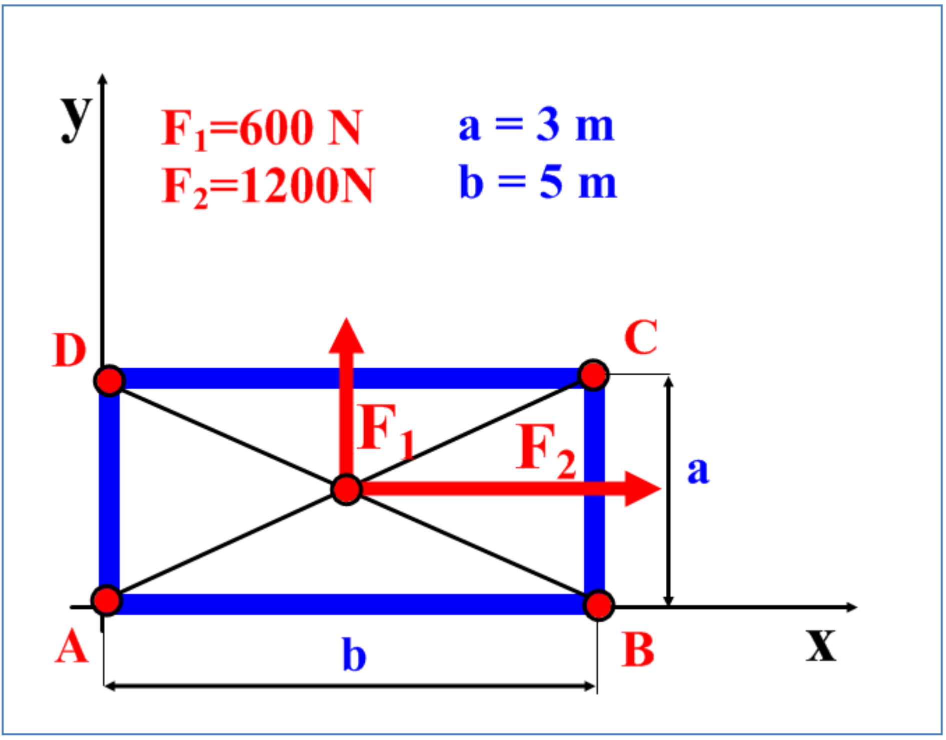
$$M_B = F_1 \times r_1 + F_2 \times r_2 - F_3 \times r_3 + F_4 \times r_4 - F_5 \times r_5$$

1.7.2 Moment soustavy sil - příklad

Zadání: Vypočítejte výsledný moment dvou sil F_1 a F_2 k bodům A, B, C, D.

M_A =? M_B =? M_C =? M_D =?

Moment soustavy dvou sil - příklad



Doplňte výsledky:

M_A = (Nm)
M_B = (Nm)
M_C = (Nm)
M_D = (Nm)

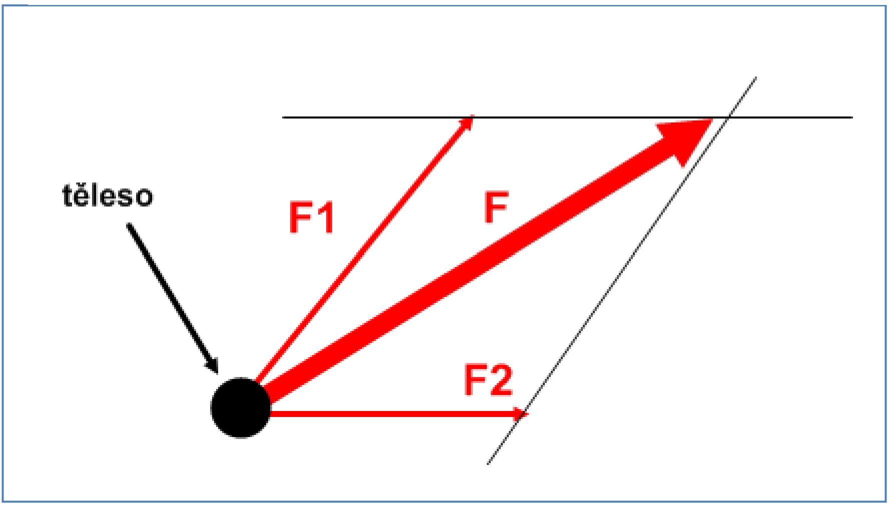
2 Výslednice a rovnováha rovinné soustavy sil

2.1 Jaké jsou dvě základní úlohy statiky?

2.1.1 Zjištění výslednice soustavy sil

Jedná se o nahrazení dané soustavy sil jedinou silou, která má stejný účinek na těleso jako daná soustava sil.

Výslednice sil - řešení



V tomto případě se jedná o nahrazení sil F_1 a F_2 jedinou silou F (výslednicí), která má na těleso stejný účinek jako obě síly.

2.1.2 Řešení rovnováhy sil

-znamená, že ve všech úlohách řešíme podmínky, které jsou nutné pro uvedení celé soustavy do rovnováhy.

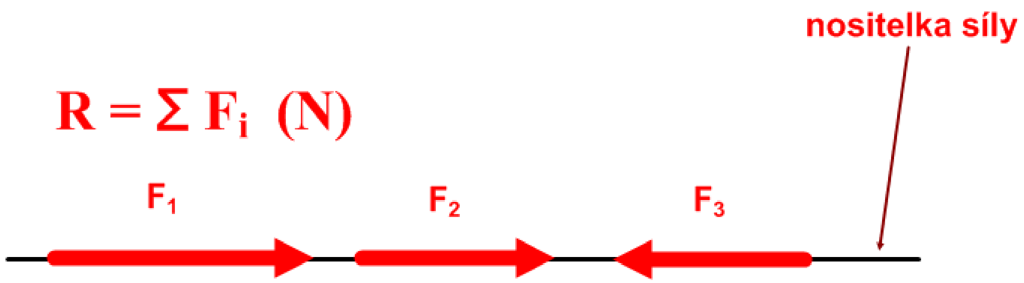
2.2 Síly působící na jedné nositelce

Výslednice R libovolného počtu sil, které působí na jedné nositelce, je dána algebraickým součtem všech těchto sil (viz obr.)

TEORIE

Výpočet výslednice tří sil

$$R = \Sigma F_i \ (N)$$



$$R = F_1 + F_2 - F_3 \ (N)$$

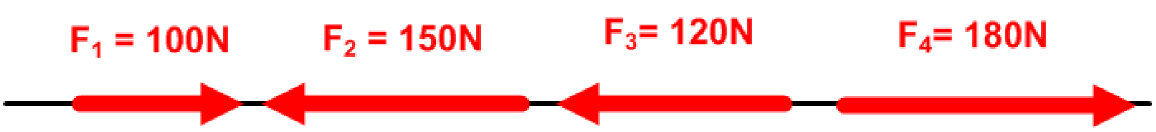
Zapamatujte si, že síly orientované doprava mají znaménko +
a síly orientované doleva mají znaménko -

TIP!

Zadání: Vypočítejte výslednici R čtyř sil F_1 až F_4. Všechny síly působí na jedné nositelce (viz obr.).
Řešení: proveďte dle obrázku a doplňte výsledek.

PŘÍKLAD

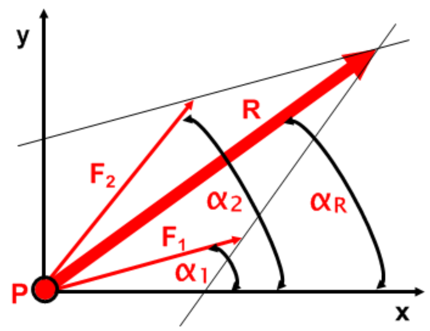
$$R = \Sigma F_i \ (N)$$



$$R = F_1 - F_2 - F_3 + F_4 \ (N)$$

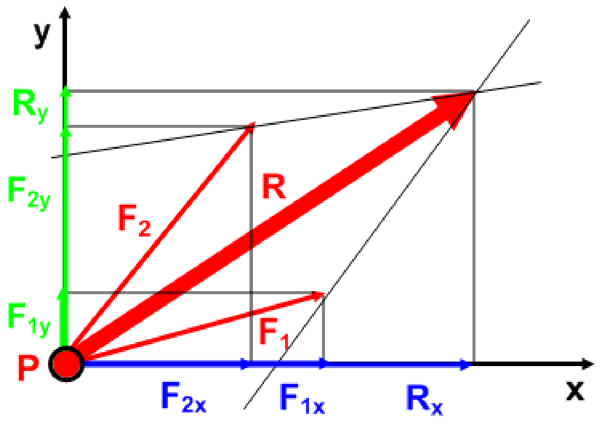
$$R = \qquad (N)$$

2.3 Síly nepůsobící na jedné nositelce (různoběžné síly)



Postup výpočtu výslednice R:

1. Síly F_1 a F_2 si rozložíme do směru osy X a Y.
2. Ze síly F_1 získáme složky F_{1X} a F_{1Y}.
3. Ze síly F_2 získáme složky F_{2X} a F_{2Y}.
4. Složky F_{1X} a F_{2X} sečteme a získáme výslednici R_X.
5. Složky F_{1Y} a F_{2Y} sečteme a získáme výslednici R_Y.
6. Pomocí Pythagorovy věty z výslednic R_X a R_Y vypočteme konečnou výslednici R.
7. Směr výslednice (je určen úhlem mezi výslednicí R a kladným směrem osy X) určíme např. dle vztahu tg .



$R_x = F_{1x} + F_{2x}$ (N)

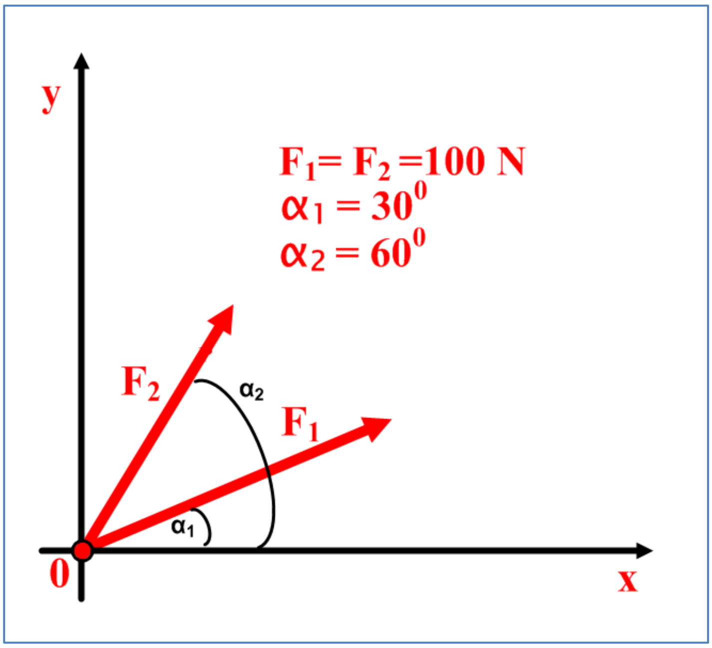
$R_y = F_{1y} + F_{2y}$ (N)

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad \text{(N)}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha_R = \frac{R_y}{R_x} \Rightarrow \alpha_R$$

2.3.1 Síly nepůsobící na jedné nositelce (různoběžné síly) - příklad

Zadání: Zjistěte výslednici R dvou různoběžných sil F_1 a F_2 a velikosti složek R_x a R_y.
Situace je zakreslena na obrázku.



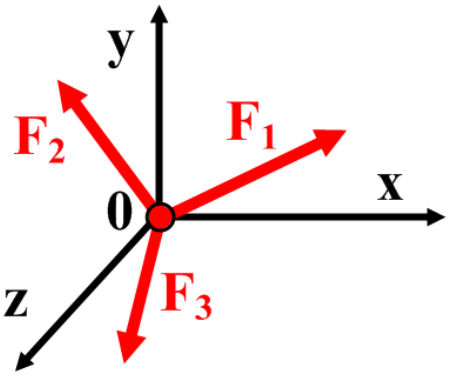
Řešení:

1. Výpočet složky R_{x1} pro sílu F_1 **R_{x1} =**
2. Výpočet složky R_{x2} pro sílu F_2 **R_{x2} =**
3. Výpočet složky R_{y1} pro sílu F_1 **R_{y1} =**
4. Výpočet složky R_{y2} pro sílu F_2 **R_{y2} =**
5. Výpočet celkové složky sil F_1 a F_2 v ose x **R_x** =
6. Výpočet celkové složky sil F_1 a F_2 v ose y **R_y** =
7. Výpočet výslednice R **R** =
8. Výpočet směru působení výslednice R

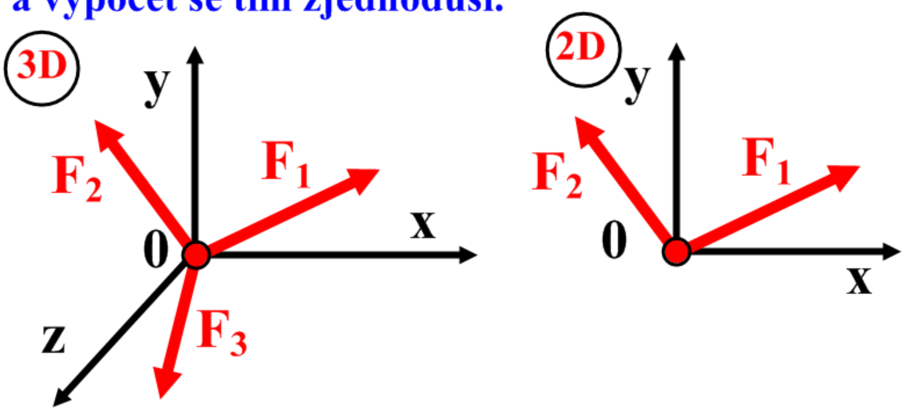
$\alpha = ?$

3 Prostorová soustava sil (se společným působištěm)

- v tomto případě pracujeme se souřadným systémem X-Y-Z



V technické praxi se řešení prostorové soustavy sil používá častěji (je to více přesná metoda- 3D). Zjednodušení na rovinné řešení (2D) se používá v případech, kdy se nedopouštíme velké chyby a výpočet se tím zjednoduší.



3.1 Prostorová soustava sil – postup řešení výslednice R

a) Všechny síly (F_1, F_2, F_3) se rozloží do směru souřadnicových os X, Y, Z.

b) Vypočítám si výslednici R_x (výslednice složek F_{X1}, F_{X2}, F_{X3}).

c) Vypočítám si výslednici R_Y (výslednice složek F_{Y1}, F_{Y2}, F_{Y3}).

d) Vypočítám si výslednici R_Z (výslednice složek F_{Z1}, F_{Z2}, F_{Z3}) – **nová složka!!!**

e) Vypočítám si celkovou výslednici R.

f) Výpočet celkové výslednice R.

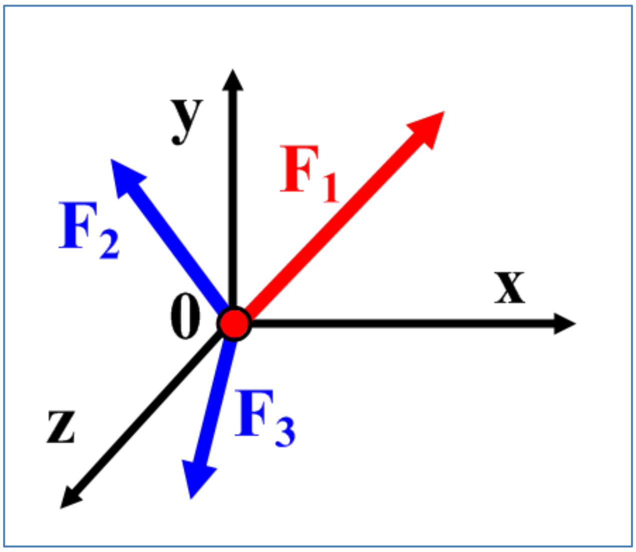
$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2 + R_Z^2}$$

g) Vypočítám si, pod jakým úhlem působí výslednice R k jednotlivým osám.

$\cos \alpha_R = R_X / R$

$\cos \beta_R = R_Y / R$

$\cos \gamma_R = R_Z / R$



Upřesnění úhlů.

(pro sílu F_1 – vyznačena červeně)

Síla F_1 svírá s osou X úhel α_1

Síla F_1 svírá s osou Y úhel β_1

Síla F_1 svírá s osou Z úhel γ_1

Obdoba platí i pro

sílu F_2 (α_2, β_2, γ_2),

sílu F_3 (α_3 β_3, γ_3),

a celkovou výslednici R (α_R, β_R, γ_R)

4 Použité zdroje

a) MIČKAL, Karel. ING. *Technická mechanika 1: pro SOU*. Praha: SNTL- Nakladatelství technické literatury, 1989. ISBN 80-03-00121-8

b) Obrázky – vlastní tvorba