

1. Zkrat' lomené výrazy:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{72abx}{84aby} & \text{b) } \frac{p^2 - 2pq + q^2}{p^2 - q^2} & \text{c) } \frac{4a^2 - 1}{4a^2 - 4a + 1} \\ \text{d) } \frac{16 - 8a + a^2}{ab - 4b} & \text{e) } \frac{a^2 + 2ab + b^2 - c^2}{a^2 + 2ac + c^2 - b^2} & \text{f) } \frac{ab + 2b - ac - 2c}{ab - 2b - ac + 2c} \\ \text{g) } \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 5x + 6} & \text{h) } \frac{3uv + 9v - 2u - 6}{3uv - 2u - 9v + 6} & \text{i) } \frac{a^2 + 2a - 15}{3a + 15} \\ \text{j) } \frac{a^2 - a - 20}{a^2 + a - 30} & \text{k) } \frac{3x^2 + x - 10}{4x^2 + x - 14} & \text{l) } \frac{x^3 + x^2y + xy^2}{x^3y - y^4} \end{array}$$

2. Rozšiř dané lomené výrazy na tvary se jmenovatelem ve složené závorce:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{x}{y-2} \left\{ (2-y) \right\} & \text{b) } \frac{x+3}{2-x} \left\{ (x^2-4) \right\} & \text{c) } \frac{y-1}{x+1} \left\{ (x^3+1) \right\} \\ \text{d) } \frac{a+1}{(a+1)^2} \left\{ (a^2-1) \right\} & \text{e) } \frac{x-1}{x^2-1} \left\{ (x+1)^3 \right\} \end{array}$$

3. Dokaž, že platí:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{ac + bx + ax + bc}{ay + 2bx + 2ax + by} = \frac{x+c}{2x+y} & \text{b) } \frac{x-xy+z-zy}{1-3y+3y^2-y^3} = \frac{x+z}{(1-y)^2} \\ \text{c) } \frac{3a^3 + ab^2 - 6a^2b - 2b^3}{9a^5 - ab^4 - 18a^4b + 2b^5} = \frac{1}{3a^2 - b^2} \end{array}$$

4. Uprav a uveď podmínky, za kterých mají výrazy smysl:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{2m-n}{m-n} + \frac{m}{n-m} & \text{b) } \frac{x-y}{xy} - \frac{z-y}{zy} + \frac{x+z}{xz} & \text{c) } \frac{u^2+1}{u+1} - u \\ \text{d) } \frac{4mn}{m-n} + (m-n) & \text{e) } 1 - \frac{2p}{q} + \frac{p^2}{q^2} - \frac{(q-p)^2}{q^2} & \text{f) } \frac{7v-1}{2v^2+6v} + \frac{5-3v}{v^2-9} \\ \text{g) } \frac{2p+q}{p^2+pq} + \frac{1}{p} - \frac{1}{p+q} & \text{h) } \frac{a-2b}{a+b} - \frac{2a-b}{b-a} - \frac{2a^2}{a^2-b^2} \\ \text{i) } \frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} - \frac{x(4-x)}{1-x^2} & \text{j) } \frac{4}{3m-3n} - \frac{3m-4n}{2m^2-4mn+2n^2} \end{array}$$

5. Zjednoduš výraz $a + 1 + \frac{a-1}{a^2-a+1}$ a dokaž, že má smysl pro každé a .

6. Dokaž, že pro všechna nenulová čísla t je součet výrazů $1+t$ a $1+\frac{1}{t}$ roven jejich součinu.

7. Uprav a uveď podmínky, za kterých mají výrazy smysl:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{3x^3b^3}{25y^4} \cdot \left(-\frac{15y}{b^2} \right) & \text{b) } \frac{9x}{a^3} \cdot \left(-\frac{y}{32b^2} \right) \left(-\frac{4a}{27xy} \right) \cdot 24a^2b^3 \\ \text{c) } \frac{2v^2+8v+8}{v-2} \cdot \frac{(v-2)^2}{4(v+2)} & \text{d) } \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \cdot \frac{a^2}{a-b} \quad \text{e) } \left(\frac{3}{1+s} - 1 \right) \left(\frac{3}{2-s} - 1 \right) \\ \text{f) } \left(y+1 + \frac{1}{2y-1} \right) \left(y-1 + \frac{1}{2y+1} \right) & \text{g) } \left(\frac{x^2}{x-y} - x \right) \left(\frac{x^2}{y^2} - \frac{y}{x} \right) \\ \text{h) } \left[\frac{3}{(x-3)^3} + \frac{1}{x-3} - \frac{3}{x^2-9} \right] \cdot \frac{x^2-6x+9}{x^2+9} \end{array}$$

8. Uprav a uveď podmínky, za kterých mají výrazy smysl:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \left(\frac{18a^2}{b^3} \cdot \frac{c}{2a^3} \right) : \left(-\frac{3a}{b^2c} \right) & \text{b) } \frac{a^2+ax}{x-x^2} : \frac{x^2+ax}{a-ax} \end{array}$$

$$c) \left(\frac{2x^2 - 4x + 2}{x^2 + 1} : \frac{6x - 6}{x^4 - 1} \right) : \frac{x + 1}{3} \quad d) \frac{r^4 - s^4}{r^2 s^2} : \left[\left(1 + \frac{s^2}{r^2} \right) \left(1 - \frac{2r}{s} + \frac{r^2}{s^2} \right) \right]$$

$$e) \left(1 + \frac{a^3}{b^3} \right) : \left(1 + \frac{a}{b} \right) \quad f) (c^3 - d^3) : \left(c + \frac{d^2}{c + d} \right)$$

9. Uprav a uveď podmínky, za kterých mají výrazy smysl:

$$a) \frac{m - \frac{4}{m}}{m + 2} \quad b) \frac{\frac{a+b}{a-b} - 1}{\frac{a+b}{a-b} + 1} \quad c) \frac{\frac{x}{4} - \frac{x-1}{5}}{\frac{x+1}{6} - \frac{x-1}{10}} \quad d) \frac{\frac{r+s}{r-s} - \frac{r-s}{r+s}}{1 - \frac{r^2+s^2}{r^2-s^2}}$$

$$e) \frac{2 - \frac{k^2+z^2}{kz}}{\frac{k}{z^2} - \frac{2}{z} + \frac{1}{k}} \quad f) \frac{\frac{a^2}{b^2} - \frac{a}{b}}{\frac{a^2+b^2}{ab} - 2} : \frac{a^2}{b} \quad g) \frac{\frac{a}{b} - \frac{b^2}{a^2}}{1 - \frac{b}{a}} (a^2 - ab + b^2)$$

$$h) \frac{\frac{a^4-b^4}{a^2 b^2}}{\left(1 + \frac{b^2}{a^2} \right) \left(1 - \frac{2a}{b} + \frac{a^2}{b^2} \right)} \quad i) \frac{\frac{x^3}{y^2} + \frac{x^2}{y} + x + y}{\frac{x^2}{y^2} - \frac{y^2}{x^2}}$$

Řešení:

1. a) $\frac{6x}{7y}$ b) $\frac{p-q}{p+q}$ c) $\frac{2a+1}{2a-1}$ d) $\frac{a-4}{b}$ e) $\frac{a+b-c}{a-b+c}$ f) $\frac{a+2}{a-2}$ g) $\frac{x-2}{x-3}$ h) $\frac{u+3}{u-3}$ i) $\frac{a-3}{3}$ j) $\frac{a+4}{a+6}$ k) $\frac{3x-5}{4x-7}$ l) $\frac{x}{y(x-y)}$ 2. a) $\frac{-x}{2-y}$

b) $\frac{-x^2-5x-6}{x^2-4}$ c) $\frac{(y-1)(x^2-x+1)}{x^3+1}$ d) $\frac{a-1}{a^2-1}$ e) $\frac{x^2+2x+1}{(x+1)^3}$ 4. a) 1 b) $\frac{2}{z}$ c) $\frac{1-u}{u+1}$ d) $\frac{(m+n)^2}{m-n}$ e) 0 f) $\frac{v^2-12v+3}{2v(v^2-9)}$ g) $\frac{2}{p}$ h) $\frac{a-b}{a+b}$

i) $\frac{x^2}{1-x^2}$ j) $\frac{4n-m}{6(m-n)^2}$ 5. $\frac{a^3+a}{a^2-a+1}$ mnohočlen ve jmenovateli není nikdy roven nule 7. a) $-\frac{18x^3b}{5y^3}$ b) b c) $\frac{1}{2}(v^2-4)$

d) $-\frac{a}{b}$ e) 1 f) y^2 g) $\frac{x^2+xy+y^2}{y}$ h) $\frac{x^3-6x^2+12x+9}{x^4-81}$ 8. a) $\frac{3c^2}{a^2b}$ b) $\frac{a^2}{x^2}$ c) $(x-1)^2$ d) $\frac{r+s}{r-s}$ e) $\frac{b^2-ab+a^2}{b^2}$ f) c^2-d^2 9.

a) $\frac{m-2}{m}$ b) $\frac{b}{a}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $-\frac{2r}{s}$ e) $-z$ f) $\frac{1}{a-b}$ g) $\frac{a^4+a^2b^2+b^4}{ab}$ h) $\frac{a+b}{a-b}$ i) $\frac{x^2}{x-y}$