M - Řešení pravoúhlého trojúhelníka

Autor: Mgr. Jaromír Juřek

VARIACE

1

Řešení pravoúhlého trojúhelníka

Řešení pravoúhlého trojúhelníka

Měnı́-li se v pravoúhlém trojúhelníku velikost úhlu alfa, mění se i poměry délek stran v tomto trojúhelníku. Proto jsou v pravoúhlém trojúhelníku definovány tyto vztahy pro goniometrické funkce ostrého úhlu:

1. Poměr délky protilehlé odvěsny a délky přepony pravoúhlého trojúhelníka se nazývá sinus ***úhlu α***,

sin α

2. Poměr délky přilehlé odvěsny a délky přepony pravoúhlého trojúhelníku se nazývá kosinus ***úhlu α***,

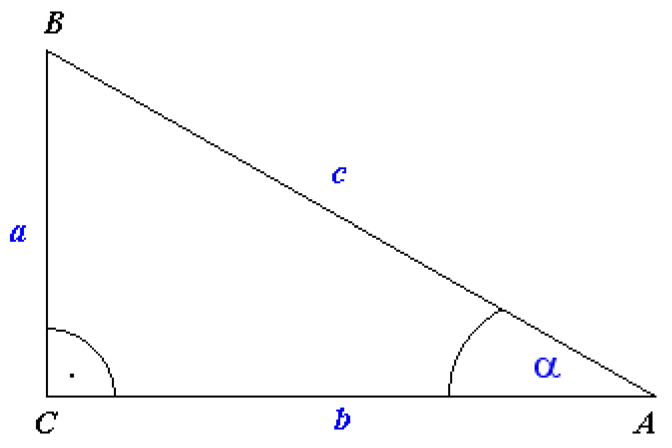
cos α

3. Poměr délky protilehlé odvěsny a délky přilehlé odvěsny pravoúhlého trojúhelníku se nazývá tangens ***úhlu α***,

tg α

4. Poměr délky přilehlé odvěsny a délky protilehlé odvěsny pravoúhlého trojúhelníku se nazývá kotangens ***úhlu α***,

cotg α



a ... protilehlá odvěsna ***b ... přilehlá odvěsna***

c ... přepona

$$sin\ \alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{a}{c}$$

$$cos\ \alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}} = \frac{b}{c}$$

$$tg\ \alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přilehlá odvěsna}} = \frac{a}{b}$$

$$cotg\ \alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{protilehlá odvěsna}} = \frac{b}{a}$$

Pozn.: Veškeré výpočty goniometrických funkcí budeme provádět zpravidla na kalkulačce a výsledky budeme udávat s přesností na čtyři platné číslice. Respektujeme přitom správné zaokrouhlení čísel.

Za platnou číslici se považuje každá číslice v čísle, která je na pozici počínaje od první nenulové zleva.

Pokud nebude zadáno jinak, vždy uvažujeme obvyklé značení v pravoúhlém trojúhelníku, což je: Pravý úhel při vrcholu C, přepona c, odvěsny a, b, ostré úhly při vrcholu A, B.

Příklad 1:

V pravoúhlém trojúhelníku ABC s pravým úhlem při vrcholu C je |AB| = c = 8 cm, |BC| = a = 5 cm. Vypočti velikosti ostrých úhlů při vrcholech A, B trojúhelníku ABC.

Řešení:

|AB| = c = 8 cm
|BC| = a = 5 cm
α = ? [° ´]
β = ? [° ´]

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\sin\alpha = \frac{5}{8}$$

sin α = 0,625
α = 38°41´

$$\cos\beta = \frac{a}{c}$$

$$\cos\beta = \frac{5}{8}$$

cos β = 0,625
β = 51°19´

Závěr: Vnitřní úhel při vrcholu A má velikost 38°41´a vnitřní úhel při vrcholu B má velikost 51°19´.

Příklad 2:

V pravoúhlém trojúhelníku OPQ s pravým úhlem při vrcholu Q je |OQ| = p = 5 cm, |úhel QOP| = 35°10´. Vypočti délku odvěsny |PQ| = o.

Řešení:

|OQ| = p = 5 cm
|úhel QOP| = 35°10´
|PQ| = o = ? [cm]

$$tg\left|úhel QOP\right| = \frac{\left|PQ\right|}{\left|OQ\right|}$$

|PQ| = |OQ| . tg|úhel QOP|
|PQ| = 5 . tg 35°10´ = 5 . 0,7046 = 3,5 (po zaokrouhlení)
|PQ| = 3,5 cm (po zaokrouhlení)

Závěr: Délka odvěsny je přibližně 3,5 cm.

Příklad 3:

Nejvyšší přípustné stoupání silnic je dáno poměrem 1 : 18. Pod jakým největším úhlem může silnice stoupat?

Řešení:

|BC| = 1 díl
|AB| = 18 dílů
α = ? [°´]

$$tg\alpha = \frac{|BC|}{|AB|}$$

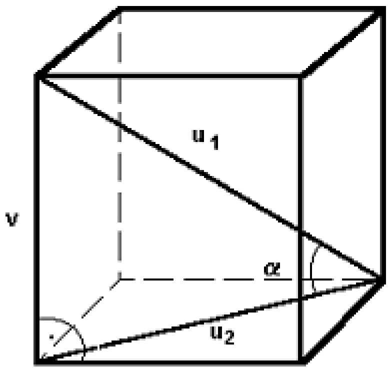
$$tg\alpha = \frac{1}{18}$$

tg α = 0,0556
α = 3°11´

Závěr: Úsek silnice může stoupat nejvýše pod úhlem 3°11´.

◈ Řešení pravoúhlého trojúhelníka - procvičovací příklady

1. Tělesová úhlopříčka u_1 kvádru je dlouhá 9,7 dm a s podstavnou úhlopříčkou u_2 svírá úhel α = 42°. Vypočti výšku kvádru v. *2115*

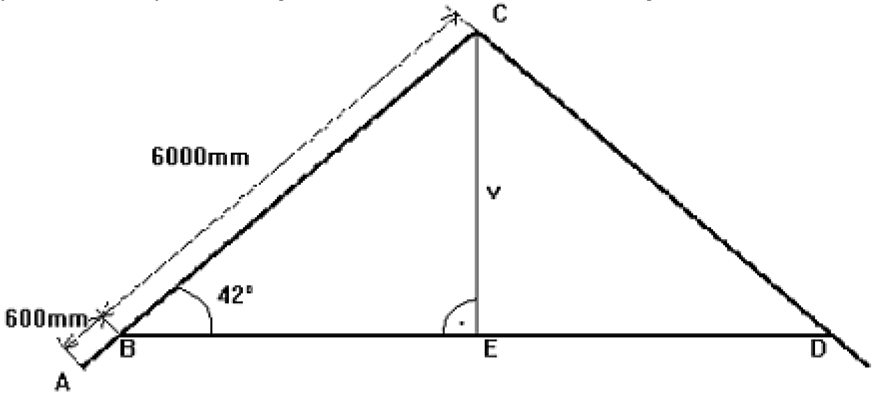


Výsledek: 6,5 dm

2. V pravoúhlém trojúhelníku ABC s přeponou AB je dáno: b = 30 cm, β = 67°. Vypočti délku odvěsny a. *2112*

Výsledek: 12,7 cm

3. Krov dlouhý 6,6 m přesahuje přes okraj zdi 60 cm své délky a s rovinou půdy svírá úhel 42° (viz obrázek). O kolik centimetrů by se snížila výška půdy v, kdyby tentýž krov přesahoval přes okraj zdi 75 centimetrů své délky? *2131*



Výsledek: 22,8 cm

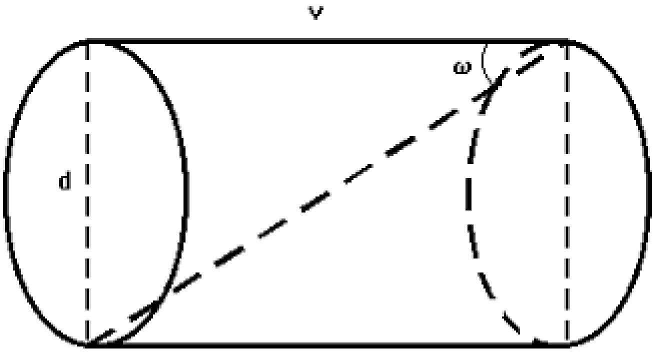
---

4. V kosočtverci ABCD je úhlopříčka |AC| = e = 24 cm a |úhel SAB| = ε = 28°; S je průsečík úhlopříček AC a BD. Vypočtěte obvod kosočtverce ABCD. *2127*

Výsledek: 54 cm

---

5. Průměr podstavy válce je 36 cm. Velikost úhlu ω, který svírá úhlopříčka osového řezu s výškou válce v, je 30°. Vypočti povrch válce. *2125*



Výsledek: 9083 cm^2

---

6. V pravoúhlém trojúhelníku ABC je délka přepony |AB| = c = 6,9 cm a |úhel CAB| = α 34°. Vypočti délky odvěsen AC a BC. *2119*

Výsledek: a = 3,9 cm, b = 5,7 cm

---

7. Přímá železniční trať stoupla na vzdálenosti 100 m (měřeno ve vodorovné poloze) o 1,4 m. Vypočítej velikost úhlu stoupání. *2113*

Výsledek: 0,83°

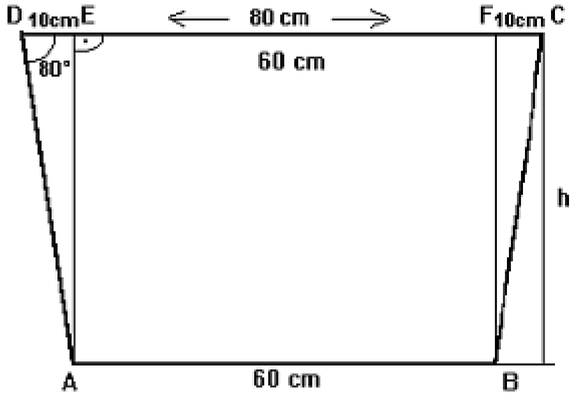
---

8. V rovnoramenném trojúhelníku XYZ je dána délka jeho základny |XY| = z = 9 cm a velikost úhlu |úhel XYZ| = 50°10´. Vypočti obsah tohoto trojúhelníku. *2126*

Výsledek: 24,3 cm^2

---

9. Profil příkopu na obrázku je rovnoramenný lichoběžník se základnami dlouhými 60 cm a 80 cm. Sklon boční stěny příkopu je 80°. Vypočti hloubku příkopu. 2124



Výsledek: 56,7 cm

10. V pravoúhlém trojúhelníku EFG jsou dány délky odvěsen |FG| = e = 10,4 m a |EG| = f = 6,8 m. Vypočti velikosti jeho ostrých úhlů při vrcholech E a F. 2120

Výsledek: Úhel při vrcholu E má velikost 56°49´ a úhel při vrcholu F má velikost 33°11´

11. Řešte pravoúhlý trojúhelník ABC, jehož přepona je AB a platí: 2118
α = 63°10´, a = 6,7 m

Výsledek: b = 3,39 m, c = 7,51 m, β = 26°50´, γ = 90°

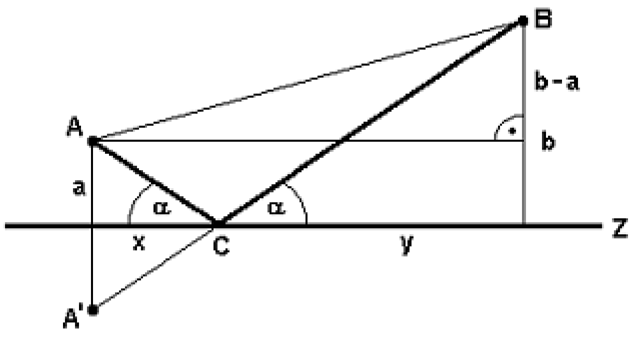
12. Vypočti obsah kosočtverce ABCD, je-li tangens úhlu ABD roven $\sqrt{15}$ a |AC| = 4 cm. 2123

Výsledek: 2,1 cm^2

13. Délka a šířka obdélníku jsou v poměru 8 : 5. Jak velké úhly svírá úhlopříčka obdélníku s jeho stranami? 2121

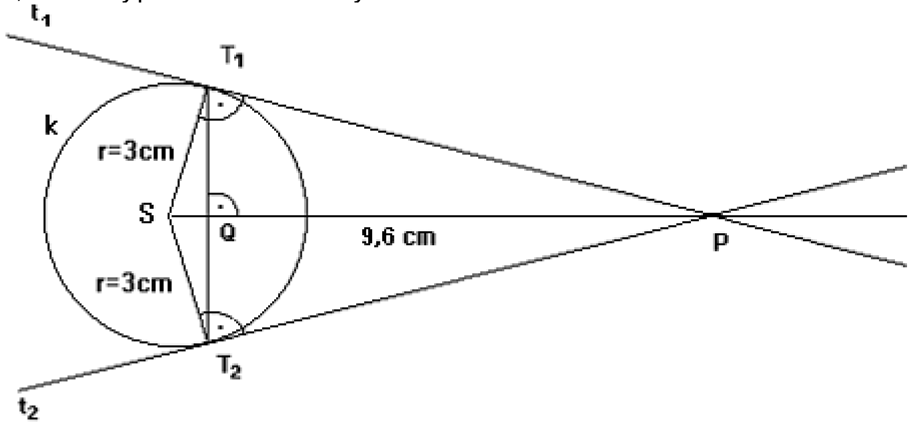
Výsledek: S delší stranou 32°, s kratší stranou 58°.

14. Před rovinným zrcadlem jsou dva body A, B vzdálené od sebe 36 cm. Vzdálenost bodu A od zrcadla je 7 cm, bodu B 18 cm. Pod jakým úhlem je třeba vést světelný paprsek (jde o úhel mezi rovinou zrcadla a paprskem) bodem A, aby po odrazu procházel bodem B? 2132



Výsledek: 36,1°

15. Na obrázku jsou narýsovány tečny t_1 a t_2 z bodu P ke kružnici k(S; 3 cm). Platí: |PS| = 9,6 cm. Vypočti délku tětivy T_1T_2. *2128*



Výsledek: 5,7 cm

---

16. Úhlopříčka obdélníkového půdorysu chaty je dlouhá 10 m a s kratší stranou tohoto půdorysu svírá úhel 60°. Vypočti obsah půdorysu chaty. *2122*

Výsledek: 43,3 m^2

---

17. Řešte pravoúhlý trojúhelník ABC, jehož přepona je AB a platí: *2117*
α = 48°30´, c = 3,2 m

Výsledek: a = 2,40 m, b = 2,12 m, β = 41°30´, γ = 90°

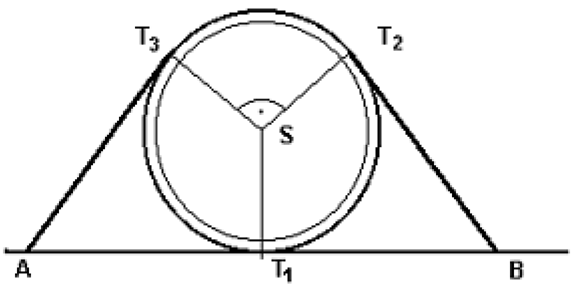
---

18. Řešte pravoúhlý trojúhelník ABC, jehož přepona je AB a platí: *2116*
a = 24 cm, c = 30 cm.

Výsledek: b = 18 cm, α = 53°08´, β = 36°52´, γ = 90°

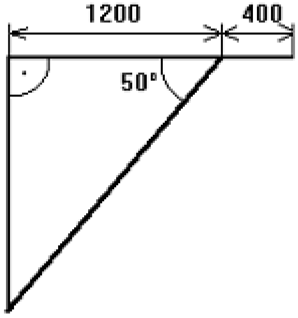
---

19. Stabilitu roury na vodorovné podložce zabezpečuje ocelové lano, které rouru obepíná. Lano je ukotveno v bodech A, B. Platí $|AT_1| = |BT_1|$; T_1 je bod dotyku roury s podložkou. Vypočítejte délku lana od bodu A do bodu B, jestliže vnější průměr roury se rovná 44 cm a velikost úhlu T_3ST_2 je rovna 90°; S je střed kruhového průřezu rourou, který je kolmý na osu roury. *2133*



Výsledek: 140,8 cm

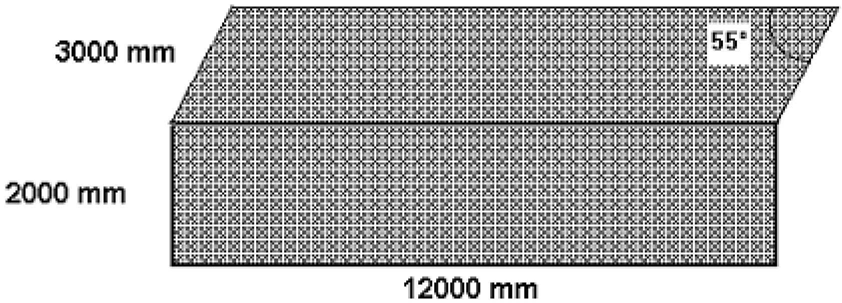
20. Rampu u skladu zboží drží 4 stejné ocelové vzpěry, jedna z nich je nakreslena na obrázku. Kolik metrů ocelové trubky čtvercového průřezu se spotřebovalo k výrobě všech čtyř vzpěr, jestliže se jejich spotřeba úpravou ve svárech zvýšila o 7 procent? *2130*



Výsledek: 21 m

---

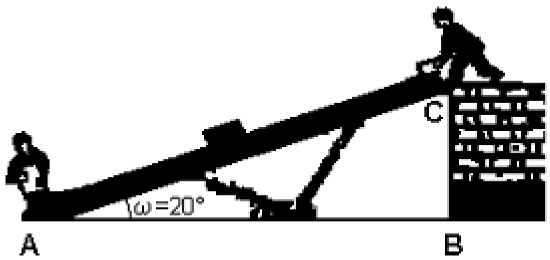
21. Jedna část střechy má tvar obrazce složeného z obdélníku a z kosodélníku (viz obrázek). Vypočti spotřebu tašek na její pokrytí, počítá-li se s 18 taškami na jeden metr čtverečný a s osmi procenty tašek navíc z důvodu jejich tvarové úpravy. *2129*



Výsledek: 1040 ks

---

22. Stavební materiál byl na stavbu dopravován transportérem dlouhým 10 m pod úhlem $\omega = 20°$. Do jaké výšky v metrech byl tento materiál dopravován? (Obloukovité zakončení transportéru neber v úvahu.) *2114*



Výsledek: 3,4 m

Obsah