

Exponenciální rovnice – logaritmování

Teorie

Vzorový příklad 1

$$3^{x+3} - 12 \cdot 3^x = 30$$

/ vytkneme výraz 3^x

$$3^x(3^3 - 12) = 30$$

/výpočet závorky

$$3^x(27 - 12) = 30$$

$$3^x(15) = 30$$

/:15

$$3^x = 2$$

/logaritmuje obě strany – použijeme dekadický logaritmus

$$\log 3^x = \log 2$$

/využijeme pravidlo pro logaritmování mocniny

$$x \log 3 = \log 2$$

/: log 3

$$x = \frac{\log 2}{\log 3}$$

/zde již musíme použít kalkulátor

$$x = \mathbf{0,63}$$

/výsledek zaokrouhlíme na 2 desetinná místa

Vzorový příklad 2

$$5^{2x} - 15 \cdot 5^x + 50 = 0 \quad / \text{ substituce}$$

$$\text{Substitute: } 5^x = s \quad / \text{ použití substituce}$$

$$s^2 - 15s + 50 = 0 \quad / \text{ výpočet kvadratické rovnice}$$

(úplná kvadratická rovnice)

$$D = b^2 - 4ac = (-15)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 50 = 25$$

$$s_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{15 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$s_1 = 10 \quad s_2 = 5 \quad / \text{ výpočet původní proměnné}$$

$$5^x = s_1 \quad 5^x = s_2$$

$$5^x = 10 \quad 5^x = 5$$

$$\log 5^x = \log 10 \quad \mathbf{x = 1}$$

$$x \log 5 = 1$$

$$x = \frac{1}{\log 5}$$

$$\mathbf{x = 1,43}$$

(zaokrouhleno na 2 desetinná místa)

Exponenciální rovnice – logaritmování Cvičení

Kategorie A

- 1) $2^x = 5$;
- 2) $3^{x+2} = 108$;
- 3) $4^{x-1} = 7$;
- 4) $5^{x-1} = 3$;
- 5) $6^{3x} = 42$.

Kategorie B

- 6) $3^{x-2} + 3^{x-1} = 8$;
- 7) $4^x + 3 \cdot 4^{x-1} = 6$;
- 8) $3^{x-2} - 3^{x-1} = -30$;
- 9) $2^{x-2} - 2^{x-1} = -10$;
- 10) $11^{x+2} - 11^{x+1} = 22$.

Kategorie C

- 11) $5^{2x} - 8 \cdot 5^x + 15 = 0$;
- 12) $3^{2x} - 3 \cdot 3^x - 28 = 0$;
- 13) $2^{2x} - 15 \cdot 2^x + 56 = 0$;
- 14) $2 \cdot 5^{2x} + 6 \cdot 5^x - 36 = 0$;
- 15) $7^{2x} - 5 \cdot 7^x = 0$.

Exponenciální rovnice – logaritmování Řešení

Kategorie A

- 1) $\frac{\log 5}{\log 2} = 2,32;$
- 2) $\frac{\log 12}{\log 3} = 2,26;$
- 3) $\frac{\log 28}{\log 4} = 2,40;$
- 4) $\frac{\log 15}{\log 5} = 1,68;$
- 5) $\frac{\log 42}{\log 216} = 0,7.$

Kategorie B

- 6) $\frac{\log 18}{\log 3} = 2,63;$
- 7) $\frac{\log \frac{24}{7}}{\log 4} = 0,89;$
- 8) $\frac{\log 135}{\log 3} = 4,46;$
- 9) $\frac{\log 40}{\log 2} = 5,32;$
- 10) $-\frac{\log 5}{\log 11} = -0,67.$

Kategorie C

- 11) $1; \frac{\log 3}{\log 5};$
- 12) $\frac{\log 7}{\log 3};$
- 13) $3; \frac{\log 7}{\log 2};$
- 14) $\frac{\log 3}{\log 5};$
- 15) $\frac{\log 5}{\log 7}.$