

Geometrická posloupnost

příklad	dáno	urči
1.	$a_2=4, a_3=8$	a_1, S_5
2.	$a_4=-16, q=2$	a_1, a_8
3.	$a_1+a_4=112$ $a_2+a_3=48$	a_1, q
4.	$a_1-a_2+a_3=9$ $a_4-a_5+a_6=72$	a_1, q
5.	$a_7-a_5=48$ $a_6+a_5=48$ $S_n=1023$	a_1, q, n

Příklad1:

$a_2=4, a_3=8$	a_1, S_5
----------------	------------

Řešení:

$$a_3 = a_2 \cdot q \Rightarrow 8 = 4 \cdot q \Rightarrow q = 2$$

$$a_2 = a_1 \cdot q \Rightarrow 4 = a_1 \cdot q \Rightarrow \mathbf{a_1 = 2}$$

$$\mathbf{S_5} = a^1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 2 \cdot \frac{2^5 - 1}{2 - 1} = \mathbf{62}$$

Příklad2:

$a_4 = -16, q = 2$	a_1, a_8
--------------------	------------

Řešení:

$$a_4 = a_1 \cdot q^3 \Rightarrow -16 = a_1 \cdot 2^3 \Rightarrow \mathbf{a_1 = -2}$$

$$a_8 = a_1 \cdot q^7 \Rightarrow a_8 = -2 \cdot 2^7 \Rightarrow \mathbf{a_8 = -256}$$

Příklad3:

$a_1+a_4=112$ $a_2+a_3=48$	a_1, q
-------------------------------	----------

Řešení:

řešíme soustavu rovnic:

$$a_1+a_4=112$$

$$\underline{a_2+a_3=48}$$

$$a_1+(a_1q^3)=112 \quad \Rightarrow a_1 = \frac{112}{(1+q^3)}$$

$$\underline{a_1q+a_1q^2=48} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{112}{1+q^3} \cdot q + \frac{112}{1+q^3} \cdot q^2 = 48$$

$$112q + 112q^2 = 48(1 + q^2)$$

$$112q(1 + q) = 48(1 + q)(1 - q + q^2)$$

$$112q = 48 - 48q + 48q^2$$

$$0 = 48q^2 - 160q + 48$$

$$0 = 3q^2 - 10q + 3$$

$$\mathbf{q_1=3 \Rightarrow a_1=4}$$

$$\mathbf{q_2=\frac{1}{3} \Rightarrow a_1'=108}$$

Příklad4:

$a_1 - a_2 + a_3 = 9$ $a_4 - a_5 + a_6 = 72$	a_1, q
---	----------

Řešení:

řešíme soustavu rovnic:

$$a_1 - a_2 + a_3 = 9$$

$$\underline{a_4 - a_5 + a_6 = 72}$$

$$a_1 - (a_1q) + a_1q^2 = 9 \quad \Rightarrow a_1(1 - q + q^2) = 9$$

$$\underline{(a_1q^3) - a_1q^4 + a_1q^5 = 72} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{9}{1 - q + q^2} \cdot q^3 - \frac{9}{1 - q + q^2} \cdot q^4 + \frac{9}{1 - q + q^2} \cdot q^5 = 72 \quad /1 - q + q^2$$

$$9q^3 - 9q^4 + 9q^5 = 72(1 - q + q^2)$$

$$9q^3(1 - q + q^2) = 72(1 - q + q^2)$$

$$q^3 = 8$$

$$\Rightarrow q = 2 \Rightarrow a_1 = 3$$

Příklad5:

$a_7 - a_5 = 48$ $a_6 + a_5 = 48$ $S_n = 1023$	a_1, q, n
--	-------------

Řešení:

řešíme soustavu rovnic:

$$a_7 - a_5 = 48$$

$$\underline{a_6 + a_5 = 48}$$

$$a_1 q^6 - a_1 q^4 = 48 \quad \Rightarrow a_1 q^4 (q^2 - 1) = 48$$

$$\underline{a_1 q^5 + a_1 q^4 = 48} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{48}{q^4(q^2-1)} \cdot q^5 + \frac{48}{q^4(q^2-1)} \cdot q^4 = 48 / \frac{1}{48}$$

$$\frac{1}{(q^2-1)} \cdot q + \frac{1}{(q^2-1)} = 1 / (q^2 - 1)$$

$$q + 1 = q^2 - 1$$

$$q^2 - q - 2 = 0$$

$$(q - 2)(q + 1) = 0$$

$$\mathbf{q=2 \Rightarrow a_1=1}$$

$$\Rightarrow S_n = a^1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \Rightarrow 1023 = 1 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} \Rightarrow 1024 = 2^n \Rightarrow$$

$$\mathbf{n = 10}$$