

# Řešení kvadratické rovnice v oboru komplexních čísel

Kvadratická rovnice s reálnými koeficienty:  $ax^2 + bx + c = 0$  kde  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ;  $a \neq 0$

**Vzorec pro kořeny s diskriminantem**  $D = b^2 - 4ac$

➤  $D > 0$                       2 různé reálné kořeny:                       $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

➤  $D = 0$                           1 dvojnásobný reálný kořen:                       $x_{1,2} = \frac{-b}{2a}$

➤  $D < 0$                           2 komplexně sdružené kořeny:                       $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|D|}}{2a}$

Můžete např. shlédnout i ukázkové video: <https://www.youtube.com/watch?v=j9eLd3G5nUw>

1. Řešte kvadratické rovnice v  $\mathbb{C}$ :

a)  $x^2 + 4 = 0$

b)  $9x^2 + 7 = 0$

c)  $x^2 - 14x + 50 = 0$

d)  $x^2 + 3x + 3 = 0$

e)  $\frac{x}{x+1} + \frac{x+2}{x-3} = 1$

f)  $x^2 - 2x + 2 = 0$

g)  $x^2 + 10x + 50 = 0$

## Výsledky:

1.

a)  $x_1 = 2i$        $x_2 = -2i$

b)  $x_1 = \frac{\sqrt{7}}{3}i$        $x_2 = -\frac{\sqrt{7}}{3}i$

c)  $x_1 = 7 + i$        $x_2 = 7 - i$

d)  $x_1 = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$        $x_2 = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

e)  $x_1 = -1 + 2i$        $x_2 = -1 - 2i$

f)  $x_1 = 1 + i$        $x_2 = 1 - i$

g)  $x_1 = -5 + 5i$        $x_2 = -5 - 5i$

# Řešení:

1.

a)  $x^2 + 4 = 0 \rightarrow x^2 = -4 \rightarrow x^2 = 4i^2 \rightarrow x_1 = 2i \quad x_2 = -2i$

b)  $9x^2 + 7 = 0 \rightarrow x^2 = -\frac{7}{9} \rightarrow x^2 = \frac{7}{9}i^2 \rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{7}}{3}i \quad x_2 = -\frac{\sqrt{7}}{3}i$

c)  $x^2 - 14x + 50 = 0 \quad D = (-14)^2 - 4 \cdot 50 = -4$   
 $x_1 = \frac{14 + 2i}{2} = 7 + i \quad x_2 = \frac{14 - 2i}{2} = 7 - i$

d)  $x^2 + 3x + 3 = 0 \quad D = 3^2 - 4 \cdot 3 = -3$   
 $x_1 = \frac{-3 + i\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad x_2 = \frac{-3 - i\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

e)  $\frac{x}{x+1} + \frac{x+2}{x-3} = 1 \rightarrow x(x-3) + (x+2)(x+1) = (x+1)(x-3)$   
 $x^2 + 2x + 5 = 0 \quad D = 2^2 - 4 \cdot 5 = -16$   
 $x_1 = \frac{-2 + 4i}{2} = -1 + 2i \quad x_2 = \frac{-2 - 4i}{2} = -1 - 2i$

f)  $x^2 - 2x + 2 = 0 \quad D = (-2)^2 - 4 \cdot 2 = -4$   
 $x_1 = \frac{2 + 2i}{2} = 1 + i \quad x_2 = \frac{2 - 2i}{2} = 1 - i$

g)  $x^2 + 10x + 50 = 0 \quad D = 10^2 - 4 \cdot 50 = -100$   
 $x_1 = \frac{-10 + 10i}{2} = -5 + 5i \quad x_2 = \frac{-10 - 10i}{2} = -5 - 5i$