

$$a^{\frac{1}{4}} : \sqrt[6]{a} =$$

Řešení:

$$a^{\frac{1}{4}} : \sqrt[6]{a} = a^{\frac{1}{4}} : a^{\frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}} = a^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{a}$$

$$\frac{\frac{y}{3} - \left(\frac{y}{3}\right)^2}{3y - 9} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení:

$$\frac{\frac{y}{3} - \left(\frac{y}{3}\right)^2}{3y - 9} = \frac{\frac{y}{3} \cdot \left(1 - \frac{y}{3}\right)}{3y - 9} = \frac{-\frac{y}{3} \cdot \left(\frac{y}{3} - 1\right)}{9 \cdot \left(\frac{y}{3} - 1\right)} = \frac{-\frac{y}{3}}{9} = -\frac{y}{27}$$

5 Pro $a \in \mathbf{R} \setminus \{-1; 0\}$ zjednodušte

(výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$\frac{a+1}{\frac{a+1}{a} - 1} : \frac{a}{a+1} - 1 =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

Řešení:

$$\begin{aligned} \frac{a+1}{\frac{a+1}{a} - 1} : \frac{a}{a+1} - 1 &= \frac{a+1}{\frac{a+1-a}{a}} \cdot \frac{a+1}{a} - 1 = \frac{(a+1)(a+1)}{\frac{1}{a} \cdot a} - 1 = \\ \frac{a^2 + 2a + 1}{1} - 1 &= a^2 + 2a \end{aligned}$$

5 Řešte rovnici:

5.1

$$2x \cdot (3,2 - 2,3) = 2x - (3,2 - 2,3)$$

Řešení:

$$2x \cdot (3,2 - 2,3) = 2x - (3,2 - 2,3)$$

$$2x \cdot 0,9 = 2x - 0,9$$

$$1,8x = 2x - 0,9$$

$$0,9 = 0,2x$$

$$x = 4,5$$

$$(3 - x)(1 - x) = 3 - x$$

$$3 - 4x + x^2 = 3 - x$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 3$$

$$2^{5x} - \log_5 \sqrt{5} = 0$$

Řešení:

$$2^{5x} - \log_5 \sqrt{5} = 0$$

$$2^{5x} = \log_5 5^{\frac{1}{2}}$$

$$2^{5x} = \frac{1}{2}$$

$$2^{5x} = 2^{-1} \Leftrightarrow 5x = -1$$

$$x = -\frac{1}{5}, \quad \mathbf{K} = \left\{ -\frac{1}{5} \right\}$$

17 Je dán výraz:

$$\frac{100 \cdot \log_a a^{25}}{\log_5 25^{100}}$$

Který z následujících výrazů je pro každé $a \in (1; +\infty)$ ekvivalentní s daným výrazem?

A) 25

B) 12,5

C) $0,2a$

D) $0,5a^{25}$

E) Žádný z uvedených výrazů není s daným výrazem ekvivalentní.

Řešení:

$$\frac{100 \cdot \log_a a^{25}}{\log_5 25^{100}} = \frac{100 \cdot 25}{\log_5 (5^2)^{100}} = \frac{2\,500}{\log_5 5^{200}} = \frac{2\,500}{200} = 12,5$$

10 V oboru \mathbf{R} řešte:

$$2^{1000} : 2^{500} + 3 \cdot 2^{500} = 2^x$$

Řešení:

$$2^{1000} : 2^{500} + 3 \cdot 2^{500} = 2^x, \quad x \in \mathbf{R}$$

$$2^{1000-500} + 3 \cdot 2^{500} = 2^x$$

$$2^{500} + 3 \cdot 2^{500} = 2^x$$

$$4 \cdot 2^{500} = 2^x$$

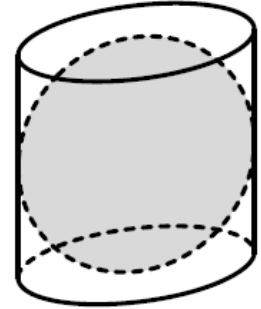
$$2^2 \cdot 2^{500} = 2^x$$

$$2^{2+500} = 2^x$$

$$2^{502} = 2^x \Leftrightarrow 502 = x, \quad \mathbf{K} = \{\mathbf{502}\}$$

- 25.4 Do rovnostranného rotačního válce je vepsána koule (koule se dotýká pláště válce i obou podstav válce). Objem koule je 24 cm^3 .

Jaký je objem rotačního válce?



Řešení:

Poloměr podstavy rotačního válce označme r , jeho výška je $v = 2r$ a poloměr koule je r . Objem koule označme V_k a objem válce V_v .

$$V_k = \frac{4}{3} \pi r^3, \quad V_k = 24 \text{ cm}^3$$

$$V_v = \pi r^2 v = 2\pi r^3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{3}{2} V_k = 36 \text{ cm}^3$$

- 4.1 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky).

$$(2 - x) \cdot 3x - 2x =$$

Řešení:

$$(2 - x) \cdot 3x - 2x = 6x - 3x^2 - 2x = 4x - 3x^2$$

- 4.2 Umocněte a zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky).

$$\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 =$$

Řešení:

$$\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = y^2 - 2 \cdot y \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = y^2 - y + \frac{1}{4}$$

- 4.3 Zjednodušte a **rozložte** podle vzorce (výsledný výraz uveďte ve tvaru součinu).

$$5^2 - (a^2 + 16) =$$

Řešení:

$$5^2 - (a^2 + 16) = 25 - a^2 - 16 = 9 - a^2 = (3 - a)(3 + a)$$

$$\log_{10}(-2x) = 0$$

$$\log_{10} 10^x + x \cdot \log_{10} 1 = \log_{10} 1000$$

$$2^x : 32^{0,5} = \sqrt[3]{32}$$

$$25.1 \quad \log_{10}(-2x) = 0 \quad x \in (-\infty; 0)$$

$$-2x = 10^0 = 1$$

$$x = -\frac{1}{2}, \quad \underline{-\frac{1}{2} \in (-2; 0)}$$

$$25.2 \quad \log_{10} 10^x + x \cdot \log_{10} 1 = \log_{10} 1000$$

$$x \cdot \log_{10} 10 + x \cdot 0 = 3$$

$$x = 3, \quad \underline{3 \in (2; 4)}$$

$$25.3 \quad 2^x : 32^{0,5} = \sqrt[3]{32}$$

$$2^x = 32^{\frac{1}{3}} \cdot 32^{\frac{1}{2}} = 32^{\frac{5}{6}} = (2^5)^{\frac{5}{6}} = 2^{\frac{25}{6}}$$

$$x = \frac{25}{6}, \quad \underline{\frac{25}{6} \in (4; +\infty)}$$

Klient si v Kocourkově sjednal na tři roky cestovní pojištění, za něž měl platit 100 korun měsíčně. Za bezeškodní průběh pojištění mu pojišťovna každý měsíc poskytla slevu ve výši 2 korun z ceny, kterou platil předchozí měsíc. Tedy druhý měsíc zaplatil 98 korun, třetí měsíc 96 korun atd.

Klient neměl žádnou pojistnou událost (škodu) během celé doby pojištění.

(CZW)

2 body

23 Kolik korun celkem zaplatil klient za tříleté cestovní pojištění?

- A) méně než 2 304 korun
- B) 2 304 korun
- C) 2 322 korun
- D) 2 340 korun
- E) více než 2 340 korun

Řešení:

Měsíční platby pojistného (v korunách) tvoří po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d, \quad s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n), \quad a_1 = 100, \quad d = -2, \quad n = 36$$

$$a_{36} = 100 + (36 - 1) \cdot (-2) = 30, \quad s_{36} = \frac{36}{2} \cdot (100 + 30) = 2\,340$$

Soustava lineárních rovnic

Řešte soustavu a proveďte zkoušku:

$$\frac{2}{3}(x+1) = 2y - 6$$

$$4x = 9 - \frac{1}{3}(y-1)$$

Pravděpodobnost

1) V zásilce je 20 kusů výrobků, z nichž jsou 4 vadné. Vybereme namátkou pět výrobků. Jaká je pravděpodobnost, že:

- a) nevybereme žádný zmetek,
- b) vybereme jeden zmetek,

2) Házíme dvěma kostkami (modrá a bílá). Jaká je pravděpodobnost v %, že padne součet 8?

Zjednodušte výraz:

$$\frac{9a^6 b^{-5}}{c^{-3}} : \left(\frac{3^{-1} b^3}{a^2 c^{-4}} \right)^{-2} =$$

Řešení obecného trojúhelníka (sinová, kosinová věta)

Dopočtete strany a vnitřní úhly v trojúhelníku, znáte-li $b = 11$ cm, $\alpha = 60^\circ$, $\gamma = 73^\circ$.

Aritmetická posloupnost a její užití

Určete součet prvních 15 členů aritmetické posloupnosti, ve které je $a_1 = 6$; $a_{12} = 28$

Lineární rovnice

Řešte rovnici a proveďte zkoušku:

$$4 - \frac{7-3u}{5} + \frac{u+1}{3} = 3 - \frac{3-7u}{10}$$

Roztržitý pán zapomněl číselný kód na svém kufru. Věděl, že tento bezpečnostní čtyřmístný kód vytvořil z číslic 1, 9, 3 a 7, tj. z číslic svého roku narození. Vypočítejte, kolik minut mu bude nejdéle trvat, než kufr otevře, pokud na vyzkoušení každé možnosti potřebuje 20s.

V oboru \mathbf{R} řešte:

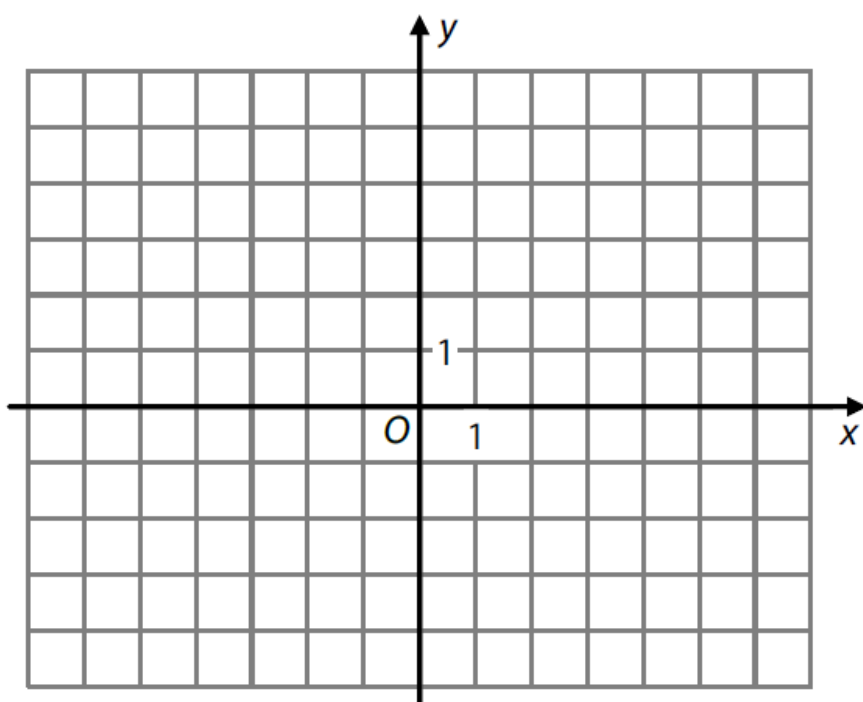
$$\left(\frac{27}{8}\right)^{x+2} \cdot \frac{2^x}{3^x} = \frac{3}{2}$$

Jsou dány přímky p a q .

$$p: x = 4 - 3t,$$

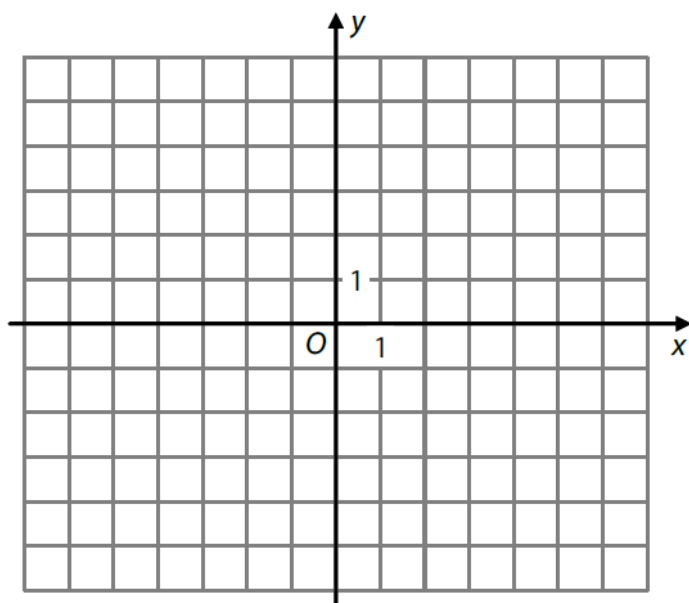
$$y = 1 - 2t, \quad t \in \mathbf{R}$$

$$q: y = 2x - 1$$



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Graf kvadratické funkce f s definičním oborem \mathbf{R} má vrchol $V[-3; 4]$ a prochází bodem $A[-5; 0]$.



(CZVV)

max. 2 body

9

9.1 V kartézské soustavě souřadnic Oxy sestrojte graf funkce f a vyznačte průsečíky grafu se souřadnicovými osami x, y .

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

9.2 Zapište obor hodnot funkce f .

V oboru \mathbf{R} řešte:

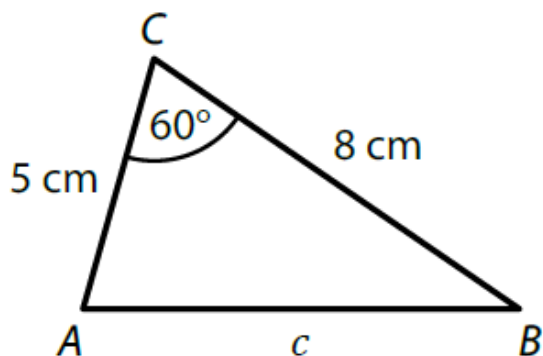
$$\frac{2x + 1}{x + 1} = 3 + \frac{2}{x - 1}$$

Lineární funkce

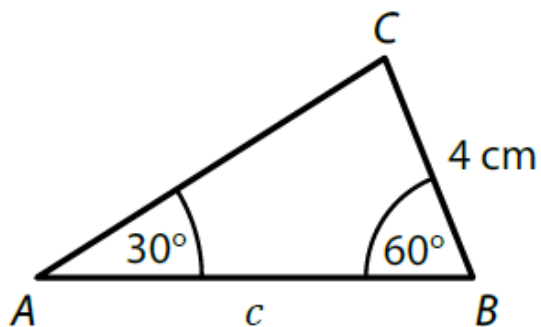
Načrtněte graf kvadratické funkce $g: y = -x - 2$. Určete, zda je rostoucí nebo klesající

26 Přiřadte ke každému zadání trojúhelníku ABC odpovídající délku c úsečky AB (A–E).

26.1 $|BC| = 8 \text{ cm}$, $|AC| = 5 \text{ cm}$, $|\sphericalangle ACB| = 60^\circ$



26.2 $|BC| = 4 \text{ cm}$, $|\sphericalangle ABC| = 60^\circ$, $|\sphericalangle BAC| = 30^\circ$



26.3 $|AC| = |BC| = 4 \text{ cm}$, $|\sphericalangle ABC| = 30^\circ$

